

Документ подписан простой электронной подписью  
Информация о владельце:  
ФИО: Смирнов Сергей Николаевич  
Должность: врио ректора  
Дата подписания: 04.09.2023 11:03:55  
Уникальный программный ключ:  
69e375c64f7e975d4e8830e7b4fcc2ad1bf35f08

Министерство образования и науки Российской Федерации  
ФГБОУ ВО «Тверской государственный университет»



УТВЕРЖДАЮ  
Руководитель ООП  
*А.В. Зинoviev*  
Зинovieв А.В.  
03" июня 2021 г.

Рабочая программа дисциплины (с аннотацией)

## МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ

Направление подготовки  
06.03.01 Биология

Профиль подготовки  
Биоэкология

Для студентов 2 курса очной формы обучения

Составители:  
к.ф-м.н., доцент Воронцова Е.Г., ст. преп. Столярова Г.Н.

Тверь, 2021

## **I. Аннотация**

### **1. Наименование дисциплины в соответствии с учебным планом**

Математические методы.

### **2. Цели и задачи дисциплины**

Целями освоения дисциплины является:

- повышение уровня фундаментальной математической подготовки студентов с усилением ее прикладной биологической и экологической направленности.
- знакомство с методикой статистической обработки данных в биологических и экологических научных исследованиях.

Задачами освоения дисциплины (модуля) являются:

- изучение основных понятий теории вероятностей и математической статистики;
- формирование у студентов способности применять современные методы анализа данных.

### **3. Место дисциплины в структуре ООП**

Дисциплина «Математические методы» входит в базовую часть учебного плана ООП Биология и изучается студентами на 2-м курсе в 3 семестре. Для успешного освоения дисциплины требуются знания, полученные в ходе изучения дисциплины «Математика».

### **4. Объем дисциплины (или модуля):**

**3** зачетных единицы, **108** академических часов, в том числе **контактная работа:** лекции **36** часов, практические занятия **18** часов, **самостоятельная работа:** 18 часов, контроль – 36.

### **5. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы**

<b>Планируемые результаты освоения образовательной программы (формируемые компетенции)</b>	<b>Планируемые результаты обучения по дисциплине</b>
<b>ОПК-1</b> способность решать стандартные задачи профессиональной деятельности на основе информационной и библиографической культуры с применением	<b>Владеть:</b> навыками решения стандартных задач по дисциплине. <b>Уметь:</b> применять знания при решении задач; моделировать задачи различных предметных областей средствами теории вероятностей и математической статистики; определять актуальность целей и задач и практическую значимость исследования;

информационно-коммуникационных технологий и с учетом основных требований информационной безопасности	собирать и анализировать первичную экспериментальную, полевую, статистическую и иную информацию; осуществлять подбор методик статистической обработки данных и применять их в научных исследованиях для конкретных баз данных; <b>Знать:</b> основные понятия дисциплины, ключевые теоремы, методы и алгоритмы.
<b>ОПК-2</b> способность использовать экологическую грамотность и базовые знания в области физики, химии, наук о Земле и биологии в жизненных ситуациях; прогнозировать последствия своей профессиональной деятельности, нести ответственность за свои решения	<b>Владеть:</b> математической грамотностью на уровне, позволяющем соотносить практические проблемы с теоретическим материалом и интерпретировать полученные результаты. <b>Уметь:</b> прогнозировать последствия профессиональной деятельности. <b>Знать:</b> базовые математические понятия, математический язык, основные математические методы; правила и условия выполнения работы, технических расчетов, оформления получаемых результатов.

## 6. Форма промежуточной аттестации

экзамен

## 7. Язык преподавания русский.

## II. Содержание дисциплины (или модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий

Для студентов очной формы обучения

Учебная программа – наименование разделов и тем	Всего (час.)	Контактная работа (час.)		Самостоятельная работа (час.)
		Лекции	Практические занятия	
Вводное занятие. Виды моделей. Методы статистического анализа данных	2	2		
<b>Тема 1.</b> Основные понятия и теоремы теории вероятностей. Повторные независимые испытания.	7	4	2	1
<b>Тема 2.</b> Дискретные и непрерывные случайные величины. Абсолютные, относительные и средние величины.	5	4		1

Математические операции над случайными величинами.				
<b>Тема 3.</b> Закон распределения случайной величины. Математическое ожидание. Дисперсия, среднее квадратичное отклонение, коэффициент вариации.	7	4	2	1
<b>Тема 4.</b> Статистические распределения и их основные характеристики. Биномиальный закон распределения. Закон распределения Пуассона. Нормальный закон распределения.	6	2	2	2
<b>Тема 5.</b> Закон больших чисел.	5	2	2	1
<b>Тема 6.</b> Системный подход в биологических и экологических исследованиях. Многомерные случайные величины. Совместное распределение двух случайных величин.	4	2		2
<b>Тема 7.</b> Основы математической теории выборочного метода. Понятие оценки параметров. Оценка характеристик генеральной совокупности по малой выборке.	4	2		2
<b>Тема 8.</b> Статистическое оценивание и проверка гипотез.	6	2	2	2
<b>Тема 9.</b> Корреляционный анализ. Парная параметрическая корреляция. Коэффициенты корреляции Спирмена, Кендэла.	5	2	2	1
<b>Тема 10.</b> Регрессионный анализ. Прогноз значений результативного признака по уравнению регрессии.	5	2	2	1
<b>Тема 11.</b> Ряды динамики. Средние характеристики ряда динамики.	5	2	2	1
<b>Тема 12.</b> Фильтрация и временной тренд. Сглаживание ряда простым скользящим средним, экспоненциальным средним, аналитическим способом.	4	2		2
<b>Тема 13.</b> Сезонная компонента временного ряда	5	2	2	1

<b>Тема 14.</b> Автокорреляция и модели авторегрессии.	2	2		
<b>Контроль</b>	36			
<b>ИТОГО</b>	<b>108</b>	<b>36</b>	<b>18</b>	<b>18</b>

### **III. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине**

Самостоятельная работа студента, регулярно посещающего занятия, должна включать в себя следующие компоненты:

- тщательная проработка лекционного материала;
- самостоятельное формирование конспектов на базе рекомендованной лектором учебной литературы, включая информационные образовательные ресурсы;
- подготовка к практическим занятиям;

#### **Планы практических занятий**

Практические занятия по дисциплине «Математические методы в биологии» служат для получения практических навыков по применению теоретических знаний, полученных студентами на лекциях, для решения конкретных задач в профессиональной сфере. Данное методическое руководство адаптировано специально для студентов, обучающихся по направлению «Биология», и включает в себя темы, методики и задачи, необходимые для осуществления научного исследования в этой, и смежных с нею, областях (экологии, биомедицине, медицинской статистике и т.д.)

Решения задач фиксируются в тетрадях для практических работ. Для более полного освоения материала в данном методическом руководстве по каждой изучаемой теме предлагаются **контрольные вопросы и задания для самостоятельной работы**, результативность выполнения которых оценивается с помощью рейтинговых баллов.

#### **Вводное занятие. Виды моделей. Виды статистического анализа данных.**

##### **Цель:**

познакомиться

- 1) с научными основами проведения биологических исследований;
- 2) с основными видами моделей биологических и экологических систем,
- 3) с принципами рассмотрения компонентной структуры природных систем и определения направленности и силы связей между компонентами.

Данная тема рассматривается на лекции и закрепляется с помощью **самостоятельной работы студентов:**

##### **Контрольные вопросы для самопроверки знаний:**

1. Что такое система и каково ее отношение к реальности?
2. Что такое элемент?
3. Какова разница между переменной и параметром?

4. Что такое «проблема» и каковы ее возможные источники?
5. Чем обусловлены основные различия биологических и технических систем?
6. Как вы понимаете необходимость постоянной циклической работы для поддержания устойчивости динамической системы?
7. Объясните различие механизмов действия отрицательной и положительной обратной связи в замкнутых контурах причинных зависимостей. Приведите технические и биологические примеры.

#### **Контрольные задания для самостоятельной работы:**

1. С помощью использования метода построения орграфов проанализируйте модель удаления твердых отходов в городе, разработанную японскими специалистами. Выясните, является ли данная модель устойчивой? Что произойдет, если миграции в город возрастут? Если модель не является устойчивой, какие меры вы можете предложить для достижения устойчивости модели?

В качестве компонентов системы рассматриваются:

- 1) население города, 2) миграции в город, 3) условия жизни в городе, 4) число очистных сооружений, 5) бактериологическая зараженность на единицу площади, 6) число заболеваний, 7) объем мусора на единицу площади.
2. Определите систему для близкого вам объекта исследования.
3. Попытайтесь определить эпистемологические уровни систем для вашего объекта исследования.
4. Определите проблему и опишите ее содержание, а также возможные источники в близкой вам области исследования.
5. Разработайте общий план организации исследования, направленный на решение конкретной проблемы или достижение конкретной цели.

#### **Рекомендуемая литература:**

1. Пузаченко Ю.Г. Математические методы в экологических и географических исследованиях. М. «Академия», 2004 г.

#### **Дополнительная литература:**

1. Гирусов Э.В., Бобылев С.Н., Новоселов А.Л., Чепурных Н.В. Экология и экономика природопользования М., «ЮНИТИ», 1998 г.
2. Акимова Т.А., Хаскин В.В. Экология М., «ЮНИТИ», 1998 г.

### **Тема 1. Основные понятия и теоремы теории вероятностей. Повторные независимые испытания.**

#### **Цель:**

**сформировать умения по применению теоретических знаний для успешного решения задач с использованием теории вероятностей.**

Приступая к практическому занятию, каждый студент должен знать следующие

#### **А) основные понятия:**

*пространство элементарных событий;*

*события достоверные, невозможные, совместные, несовместные, равновозможные, попарно-несовместные;*

*полная группа событий;*

*вероятность;*

*геометрическая вероятность;*

*условная вероятность,*

*испытания независимые относительно какого-либо события.*

**В) теоремы, изучаемые в данной теме:**

*Теорема сложения вероятностей,*

*Теорема умножения вероятностей.*

**С) используемые формулы:**

*Формула полной вероятности,*

*Формула Байеса,*

*Формула Бернулли,*

*Формула Пуассона*

**На основании изученного материала решить следующие задачи:**

**Задача 1.** Аудиторную работу по теории вероятностей с первого раза успешно выполняют 50% студентов. Найти вероятность того, что из 60 студентов работу успешно выполняют, а) 27 человек, б) не менее 27 человек.

**Задача 2.** Вероятность своевременного и успешного выполнения студентом контрольной работы по каждой из 3-х дисциплин равна соответственно 0,6, 0,5 и 0,8. Найти вероятность своевременного и успешного выполнения контрольной работы по двум дисциплинам.

**Задания для самостоятельной работы**

**Контрольные вопросы для самопроверки знаний:**

1. В чем смысл геометрического определения вероятности?

2. Объясните следующие понятия:

*Равносильные, совместные, достоверные, невозможные, единственно возможные, противоположные события.*

3. Что такое «комбинаторика» и какие задачи она решает?

4. Объясните понятие «условная вероятность события».

5. Каково практическое использование формулы Байеса? Каким образом вы могли бы ее использовать в своих научных исследованиях. Приведите примеры.

**Контрольные задания для самостоятельной работы.**

*Решите и подробно опишите ход решения следующих задач:*

1. Для проведения соревнований 16 волейбольных команд разбиты по жребию на две подгруппы (по 8 команд в каждой). Найти вероятность того, что две наиболее сильные команды окажутся: а) в разных подгруппах; б) в одной подгруппе.

2. Сколько раз нужно провести испытание, чтобы с вероятностью, не меньшей  $P$ , можно было утверждать, что по крайней мере один раз произойдет событие, вероятность которого в каждом испытании равна  $p$ ? Дать ответ при  $p=0,4$  и  $P=0,8704$ .

**Рекомендуемая литература**

1. Кремер Н.Ш. Теория вероятностей и математическая статистика. М.: ЮНИТИ, 2006.
2. Письменный Д.Т. Конспект лекций по теории вероятностей и математической статистике М.: АЙРИС ПРЕСС, 2004

**Тема 2. Дискретные и непрерывные случайные величины. Абсолютные, относительные и средние величины. Математические операции над случайными величинами.**

**Цель:**

познакомиться с различными видами средних и относительных величин, научиться осуществлять общую характеристику рядов с помощью средних величин.

Приступая к практическому занятию, каждый студент должен знать следующие **основные понятия:**

*Случайная величина, дискретная и непрерывная случайная величина;*

*Абсолютные, относительные и средние величины;*

*Относительные величины структуры, координации, наглядности, интенсивности;*

*Степенная средняя, средняя арифметическая, средняя арифметическая взвешенная, средняя гармоническая и средняя геометрическая, структурные средние.*

**Решить задачи:**

**Задача 3.** При обследовании группы спортсменов в отношении размеров окружности груди установлено, что у троих величина окружности груди составляет 88 см, у 4-х – 92 см, у 5-х – 96 см, у 6-х – 98 см, у 7-х – 100 см. Определить среднее значение размера окружности груди спортсменов по данным, полученным в ходе обследования.

**Задача 4.** Пусть имеются следующие данные о численности популяций представителей вида А по пяти местобитаниям:

Местообитание	1	2	3	4	5
Численность популяции	21	18	20	22	19

Определите среднюю численность популяции.

**Задача 5.** Имеются данные об урожайности зерновых и валовом сборе по пяти хозяйствам

Хозяйство	Урожайность зерновых, ц/га	Валовой сбор зерна, ц
1	18	18000
2	20	30000
3	21	63000
4	22	44000
5	25	30000

Рассчитать среднюю урожайность для всех хозяйств.

### **Задания для самостоятельной работы:**

#### Контрольные вопросы для самопроверки знаний:

1. Какова роль относительных величин при статистическом анализе?
2. Какие существуют формы выражения относительных величин?
3. Как исчисляются средние арифметические: простая и взвешенная?
4. В каких случаях применяется средняя гармоническая?

#### Контрольные задания для самостоятельной работы:

1. Имеются следующие данные о численности популяций вида *A* в различных местообитаниях

Номер местообитания	1	2	3	4	5
Численность популяции	21	18	20	22	19

Найти среднюю численность представителей вида *A*.

2. Имеются следующие данные о наличии концентрации веществ в воде в соответствии с классом опасности

Класс опасности	I	II	III	IV
Концентрация вещества	0,00008 г/м <sup>3</sup>	0,03 г/м <sup>3</sup>	0,4 г/м <sup>3</sup>	1,5 г/м <sup>3</sup>
ПДК вещества	0,0009 г/м <sup>3</sup> и меньше	От 0,002 до 0,4 г/м <sup>3</sup>		0,5 г/м <sup>3</sup> и больше

Определить степень загрязненности воды с помощью средней взвешенной концентрации и величины относительной концентрации веществ.

#### Рекомендуемая литература:

1. Ефимова М.Р. Статистика. М., ИНФРА-М, 2004.
2. Пузаченко Ю.Г. Математические методы в экологических и географических исследованиях. М. «Академия», 2004
3. Харламов А.И., Башина О.Э., Бабурин В.Т. и др. Общая теория статистики М., 1994.

### **Тема 3. Закон распределения случайной величины. Математическое ожидание Дисперсия, среднее квадратичное отклонение, коэффициент вариации.**

#### **Цель практической работы:**

**научиться применению на практике методике расчетов величин, характеризующих вариабельность рядов: D ( $\sigma^2$ ), СКО ( $\sigma$ ), CV.**

Приступая к практическому занятию, каждый студент должен **знать** следующие **основные понятия:**

*Закон распределения;*

*Математическое ожидание;*

*Дисперсия, среднее квадратическое отклонение, коэффициент вариации*

*Функция распределения случайной величины;*

*Плотность вероятности.*

**Решить задачу:**

**Задача 6.** У 1060 студентов исследовали биение пульса. Колебания были от 43 до 108 ударов в мин. Данные были сгруппированы в следующий вариационный ряд.

43-46	1	67-70	118	91-94	45
47-50	2	71-74	165	95-98	19
51-54	6	75-78	186	99-102	11
55-58	22	79-82	165	103-106	3
59-62	52	83-86	103	107-110	1
63-66	79	87-90	82	I=4	1060

Методом условной средней вычислить среднюю величину, дисперсию, СКО и коэффициент вариации. Построить полигон распределения.

**Задания для самостоятельной работы:**Контрольные вопросы для самопроверки знаний:

1. Укажите единицы измерения среднего арифметического, среднего квадратичного отклонения, дисперсии и коэффициента вариации.
2. Чем вызвана необходимость изучения вариации признака?
3. Какие вам известны способы расчета дисперсии и среднего квадратичного отклонения?
4. Что такое коэффициент вариации, в чем его значение при проведении статистического анализа данных?

Контрольное задание для самостоятельной работы:

Даны сведения по численности населения в экономических районах России (на 2000 г.)

Название экономического района	Численность населения, тыс. чел
Северный	5668
Северо-Западный	7898
Центральный	29361
Центрально-Черноземный	7781
Поволжский	16805
Северо-Кавказский	17677
Уральский	20321
Западно-Сибирский	15040
Восточно-Сибирский	8973
Дальневосточный	7160

Рассчитать среднее арифметическое, среднее квадратичное отклонение и коэффициент вариации для данного ряда значений. Полученные данные отобразить на графике. Сделать соответствующий вывод.

Рекомендуемая литература:

1. Ефимова М.Р., Петрова Е.В., Румянцева В.Н. Общая теория статистики. М.: ИНФРА-М., 1998.
2. Елисеева И.И., Юзбашев М.М. Общая теория статистики М.: Финансы и статистика, 1998.

3. Пузаченко Ю.Г. Математические методы в экологических и географических исследованиях. М.: Академия, 2004
4. Харламов А.И., Башина О.Э., Бабурин В.Т. и др. Общая теория статистики М., 1994.

**Тема 4. Статистические распределения и их основные характеристики. Биномиальный закон распределения. Закон распределения Пуассона. Нормальный закон распределения.**

**Цель практической работы:**

данная работа является логическим продолжением предыдущей и посвящена получению практических навыков в нахождении основных характеристик статистических распределений – моды и медианы, а также применению методик выравнивания вариационных рядов.

Приступая к практическому занятию, каждый студент должен знать следующие **основные понятия:**

*Мода, медиана;*

*Нормальное распределение;*

*Асимметрия, эксцесс*

*Биномиальное распределение;*

*Закон распределения Пуассона;*

*Правило «трех сигм»;*

*Распределение Стьюдента;*

*Распределение  $\chi^2$  (хи-квадрат)*

**Задача 7.** По данным Задачи 5 найти моду и медиану, с помощью любого из выбранных Вами критериев (Пирсона (хи-квадрат), Романовского или Колмогорова) проверить, согласуется ли эмпирическое распределение с нормальным.

**Задача 8.** По многолетним статистическим данным известно, что вероятность рождения мальчика равна 0,515. Составить закон распределения случайной величины  $X$  - числа мальчиков в семье из 4 детей. Найти математическое ожидание и дисперсию этой случайной величины.

**Задания для самостоятельной работы:**

Контрольные вопросы для самопроверки знаний:

1. Как определяются мода и медиана в дискретных и интервальных вариационных рядах?
2. Как графически найти моду и медиану?
3. Что такое квартили и как они рассчитываются в вариационном ряду?
4. Что характеризуют показатели формы распределения?
5. Каковы особенности кривой нормального распределения?

Контрольное задание для самостоятельной работы:

Имеется следующее распределение 100 выборочно обследованных на торфяных участках проб по глубине залегания торфа

Глубина залегания торфа, см	Число проб
70-80	2
80-90	6

90-100	19
100-110	30
110-120	22
120-130	13
130-140	5
140-150	3

*С помощью критериев согласия Пирсона, Романовского, Колмогорова проверить, согласуется ли эмпирическое распределение с гипотетическим нормальным распределением.*

Рекомендуемая литература:

1. Ефимова М.Р., Петрова Е.В, Румянцева В.Н. Общая теория статистики. М.: ИНФРА-М., 1998.
2. Елисеева И.И., Юзбашев М.М. Общая теория статистики М.: Финансы и статистика, 1998.
3. Золотов А.А., Щербаков А.Ю. Математические методы в географии. Калинин, 1989.

### **Тема 5. Закон больших чисел.**

**Цель практической работы:**

**познакомиться с основными теоремами, изучаемыми в данной теме, и рассмотреть их применение при решении практических задач в биологии.**

**Список теорем, изучаемых в данной теме:**

*Лемма Чебышева;*

*Неравенство Чебышева;*

*Теорема Чебышева;*

*Теорема Бернулли;*

*Теорема Ляпунова*

**Задача 9.** Выход цыплят в инкубаторе составляет в среднем 70% числа заложенных яиц. Сколько нужно заложить яиц, чтобы с вероятностью, не меньшей 0,95, ожидать, что отклонение числа вылупившихся цыплят от математического ожидания их не превышало 50 (по абсолютной величине)?

**Задания для самостоятельной работы:**

Контрольные вопросы для самопроверки знаний:

1. Объясните суть закона больших чисел.
2. Приведите примеры использования закона больших чисел в биологических и экологических исследованиях.
3. Объясните суть и возможность использования в биологических и экологических исследованиях следующих теорем: Чебышева, Бернулли, Центральной предельной теоремы.

Контрольное задание для самостоятельной работы:

*Решить и объяснить ход решения с указанием использованного математического аппарата.*

*Сколько надо провести измерений данной величины, чтобы с вероятностью не менее 0,95 гарантировать отклонение средней*

*арифметической этих измерений от истинного значения величины не более, чем на единицу (по абсолютной величине), если среднее квадратическое отклонение каждого из измерений не превосходит 5.*

Рекомендуемая литература

1. Кремер Н.Ш. Теория вероятностей и математическая статистика. М.:ЮНИТИ, 2006.

**Тема 6. Системный подход в биологических и экологических исследованиях. Многомерные случайные величины. Совместное распределение двух случайных величин.**

**Цель практической работы:**

**получить практические навыки применения методик построения совместного распределения на примере компонентного анализа природных систем.**

Приступая к практическому занятию, каждый студент должен знать следующие **основные понятия:**

*Системы, закрытые и открытые системы;*

*Связь между компонентами, прямая и обратная связь;*

*Иерархическое соподчинение систем;*

*Саморегуляция системы;*

*Период запаздывания (время релаксации);*

*Условные законы распределения;*

*Условные средние арифметические;*

*Таблица сопряженности;*

*Вероятностная поверхность системы случайных величин*

**Задача 10.** В таблице задан закон распределения двумерной дискретной случайной величины (X,Y):

Y	0	1	2	3
X				
-1	0,02	0,03	0,09	0,01
0	0,04	0,2	0,16	0,1
1	0,05	0,1	0,15	0,05

Найти: а) законы распределения одномерных случайных величин X и Y; б) условные законы распределения случайной величины X при условии Y=2 и случайной величины Y при условии X=1; в) вероятность P(Y>X).

**Задания для самостоятельной работы:**

Контрольные вопросы для самопроверки знаний:

1. Приведите примеры многомерных случайных величин.
2. В каком случае зависимость между двумя случайными величинами называется стохастической (статистической)?
3. В каком случае случайные величины называются «некоррелированными»?

4. Укажите вид зависимости между двумя случайными величинами, если коэффициент корреляции данных величин по абсолютной величине равен единице?
5. Может ли таблица сопряженности включать в себя и дискретные и непрерывные случайные величины?
6. В чем смысл рассмотрения совместного распределения случайных величин?
7. Приведите примеры биологических и экологических исследований, когда рассмотрение совместного распределения необходимо.
8. Что такое изолинии, и каковы правила их построения?
9. Объясните правила проведения прогноза вероятности совместного распределения двух случайных величин с использованием вероятностной поверхности.

Контрольное задание для самостоятельной работы.

Закон распределения двумерной случайной величины  $(X, Y)$  задан в таблице

$y_i$	770 мм рт ст	765 мм рт ст	760 мм рт ст
$x_i$			
$-1^{\circ}\text{C}$	0,03	0,3	0,02
$0^{\circ}\text{C}$	0,1	0,2	0,16
$1^{\circ}\text{C}$	0,04	0,1	0,05

Задание: изобразить графически условный закон распределения случайной величины  $Y$  при  $X=-1^{\circ}\text{C}$ ; построить вероятностную поверхность системы случайных величин.

Рекомендуемая литература:

1. Кремер Н.Ш. Теория вероятностей и математическая статистика. М.: ЮНИТИ, 2006.
2. Письменный Д.Т. Конспект лекций по теории вероятностей и математической статистике М.: АЙРИС ПРЕСС, 2004
3. Золотов А.А., Щербаков А.Ю. Математические методы в географии. Калинин, 1989.

## Тема 7. Основы математической теории выборочного метода. Понятие оценки параметров. Оценка характеристик генеральной совокупности по малой выборке.

**Цель практической работы:**

**научиться использовать выборки при проведении научных биологических и экологических исследований в условиях больших объемов генеральных совокупностей.**

Приступая к практическому занятию, каждый студент должен знать следующие **основные понятия:**

*Генеральная совокупность;*

*Выборочная совокупность;*

*Репрезентативность выборки;*

Собственно-случайная выборка, механическая выборка, типическая (стратифицированная) выборка, серийная (гнездовая) выборка;  
Повторный и бесповторный отбор;  
Генеральная средняя;  
Необходимая численность выборки;  
Теоретическая выборочная доля.

**Задача 11.** На основании выборочного обследования 600 жителей города было установлено, что удельный вес численности женщин составил 0,4. С какой вероятностью можно утверждать, что при определении доли женщин, проживающих в этом городе, допущена ошибка, не превышающая 5% (0,05)?

**Задания для самостоятельной работы:**

Контрольные вопросы для самопроверки знаний:

1. Что такое выборочное наблюдение, и в каких случаях к нему прибегают?
2. Какие существуют способы отбора?
3. От чего зависит точность выборки?
4. Как рассчитать среднюю и предельную ошибку выборки?
5. В чем особенность определения ошибок выборки при так называемой малой выборке?

Контрольное задание для самостоятельной работы:

Для исследования населения на наличие нарушений сердечно-сосудистой системы необходимо провести выборку. Каким должен быть объем выборки, чтобы с вероятностью 0,9545 можно было бы гарантировать точность результата до 5%.

Рекомендуемая литература:

1. Кремер Н.Ш. Теория вероятностей и математическая статистика. М.: ЮНИТИ, 2006.
2. Письменный Д.Т. Конспект лекций по теории вероятностей и математической статистике М.: АЙРИС ПРЕСС, 2004
3. Громько Г.Л. Теория статистики. Практикум. М.: ИНФРА-М, 2003.
4. Ефимова М.Р. Статистика. М., ИНФРА-М, 2004.
5. Харламов А.И., Башина О.Э., Бабурин В.Т. и др. Общая теория статистики М., 1994

## **Тема 8. Статистическое оценивание и проверка гипотез.**

**Цель практической работы:**

**получить представление о схеме построения статистических гипотез и их оценке в биологических исследованиях.**

Приступая к практическому занятию, каждый студент должен знать следующие **основные понятия:**

*Принцип практической уверенности;*

*Статистическая гипотеза; нулевая и альтернативная гипотезы;*

*Статистический критерий.*

**Задача 12.** Имеются следующие данные о численности популяций вида А на 8-ми площадках: 26, 26, 36, 30, 32, 29, 26, 25. Есть основание предполагать, что значение численности на 3-й площадке зарегистрировано неверно. Является ли это значение аномальным (резко выделяющимся) на 5%-ном уровне значимости?

**Задания для самостоятельной работы:**

Контрольные вопросы для самопроверки знаний:

1. Что такое статистическая гипотеза?
2. Объясните в контексте данной темы понятие «статистического теста».
3. Можно ли утверждать на основании проверки статистической гипотезы, что высказанное в гипотезе  $H_0$  утверждение «единственно правильное» или «наилучшее»?

Контрольное задание для самостоятельного решения:

Экзамен по дисциплине «Математическая статистика» проводился на двух факультетах университета. На математическом факультете из  $n_1 = 90$  студентов экзамен на положительные оценки сдали  $m_1 = 50$  человек, а на биологическом факультете из  $n_2 = 80$  студентов –  $m_2 = 41$  человек. На уровне значимости  $= 0,05$  проверить гипотезу об отсутствии существенных различий в уровне подготовки студентов двух факультетов. Рассмотреть два случая: конкурирующая гипотеза а)  $H_1: p_1 \neq p_2$ ; б) конкурирующая гипотеза  $H_1: p_1 > p_2$ .

Рекомендуемая литература:

1. Кремер Н.Ш. Теория вероятностей и математическая статистика. М.: ЮНИТИ, 2006.
2. Рекомендации по стандартизации. Прикладная статистика. Правила проверки согласия опытного распределения с теоретическим. ГОССТАНДАРТ РОССИИ. М.2002 г. <http://ami.nstu.ru>
3. Ходасевич Г.Б. Обработка экспериментальных данных на ЭВМ. <http://dvo.sut.ru>

## **Тема 9. Корреляционный анализ. Парная параметрическая корреляция. Коэффициенты корреляции Спирмена, Кендэла.**

**Цель практического занятия:**

**научиться применять теоретические знания по корреляционному анализу в исследованиях экосистем различного уровня.**

Приступая к практическому занятию, каждый студент должен знать следующие **основные понятия:**

*Факторные признаки;*

*Функциональная, статистическая и корреляционная зависимости;*

*Коэффициент корреляции;*

*Индекс корреляции;*

*Коэффициент детерминации;*

*Ранговая корреляция;*

*Таблицы взаимосвязанности.*

**Задача 13.** При изучении зависимости численности планктона в воде от скорости течения были получены следующие два ряда данных

X	3	7	4	9	3	4	4	8	1	6
Y	15	4	12	6	8	10	8	0	25	4

Эти ряды были получены в результате одновременных (относящихся к одному дню) оценок этих показателей на 10-ти различных участках реки. Таким образом каждому значению ряда X соответствует одно значение ряда Y. При помощи рангового коэффициентов корреляции Спирмена и Кендэла определить силу и направление связи между двумя вышеуказанными рядами.

**Изучение взаимосвязи на основе анализа таблиц сопряженности.**

**Задача 14.** Имеется следующее распределение 100 опытных участков (под овощной культурой) по двум признакам: степени полива (X) и уровню урожайности (Y).

Полив	Урожайность			Итого
	высокая	средняя	низкая	
Обильный	40	10	5	55
Средний	20	7	3	30
Слабый	-	5	10	15
Итого	60	22	18	100

А) Определить, случайно ли данное распределение или же существует зависимость между X и Y.

Б) Измерить тесноту зависимости между степенью полива и уровнем урожайности.

**Задания для самостоятельной работы:**

Контрольные вопросы для самопроверки знаний:

1. Укажите, какой вид диаграммы рассеяния говорит о сильной, слабой, линейной зависимости двух рядов наблюдений? Какой вид диаграммы рассеяния говорит об отсутствии корреляционной связи?
2. В чем отличие расчета парной параметрической корреляции от расчета коэффициента корреляции Спирмена и Кендэла?
3. В каком случае корреляционная связь считается достоверной?
4. Каково содержание корреляционной таблицы (матрицы)?

Контрольное задание а):

Имеются следующие данные о росте 8 пар братьев и сестер

Рост брата, см	Рост сестры, см
170	163
165	162
177	168
180	170
181	164
175	162
172	165
180	168

Определить тесноту зависимости между ростом братьев и сестер на основе коэффициента корреляции Спирмэна и Кендэла. Осуществить проверку правильности расчетов с использованием сравнения теоретического и фактического соотношения двух этих коэффициентов.

Контрольное задание б):

Имеются данные наблюдений за группой детей старшего дошкольного возраста, в которых сопоставлены устойчивость внимания, выраженная через среднюю продолжительность деятельности, и тип нервной системы:

№ п/п	Продолжительность внимания, мин	Тип нервной системы
1	40,1	Слабый
2	29,3	Сильный
3	33,5	Сильный
4	16,5	Сильный
5	37,3	Слабый
6	35,0	Слабый
7	20,4	Сильный
8	38,7	Слабый
9	45,5	Слабый
10	43,0	Слабый
11	31,9	Сильный
12	30,4	Сильный
13	36,0	Слабый
14	26,6	Сильный
15	39,4	Слабый
16	17,0	Сильный
17	28,9	Сильный
18	40,0	Сильный
19	40,6	Сильный
20	34,5	Сильный
21	30,1	Сильный
22	16,0	Сильный
23	16,0	Сильный
24	40,0	Сильный
25	30,1	Сильный
26	39,0	Сильный
27	44,5	Слабый
28	26,8	Сильный
29	32,0	Сильный
30	28,7	Сильный

С помощью критерия  $\chi^2$  определить, есть ли зависимость между данными, и, в случае математической доказанности этого, измерить

*тесноту зависимости, используя коэффициент взаимной сопряженности Пирсона.*

Рекомендуемая литература:

1. Кремер Н.Ш. Теория вероятностей и математическая статистика. М.: ЮНИТИ, 2006.
2. Ефимова М.Р., Петрова Е.В., Румянцева В.Н. Общая теория статистики. М.: ИНФРА-М., 1998.
3. Елисеева И.И., Юзбашев М.М. Общая теория статистики М.: Финансы и статистика, 1998.
4. Пузаченко Ю.Г. Математические методы в экологических и географических исследованиях. М.: Академия, 2004
5. Харламов А.И., Башина О.Э., Бабурин В.Т. и др. Общая теория статистики М., 1994.

**Тема 10. Регрессионный анализ. Прогноз значений результативного признака по уравнению регрессии.**

**Цель практического занятия:**

**освоить способы получения уравнений линейной и нелинейной зависимости результативного и факторного (факторных) признаков с целью дальнейшего прогноза ситуации в природных, социальных и техногенных системах.**

Приступая к практическому занятию, каждый студент должен **знать** следующие **основные понятия:**

*Метод наименьших квадратов;*

*Линейная и нелинейная регрессия;*

*Множественная регрессия;*

*Доверительный интервал для условного математического ожидания;*

*Значимость уравнения регрессии;*

*Коэффициент регрессии, коэффициент эластичности;*

*Экстраполяция и интерполяция.*

**Задача 15.** По данным таблицы исследовать зависимость биомассы экосистем (ц/га) от количества осадков (см), выпавших в вегетационный период.

№ экосистемы	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
Осадки, см	25	27	30	35	36	38	39	41	42	45	46	47	50	52	53
Биомасса, ц/га	23	24	27	27	32	31	33	35	34	32	29	28	25	24	25

Построив корреляционное поле, определить вид уравнения регрессии. С помощью МНК найти параметры уравнения. Оценить значимость полученного уравнения. Вычислить индекс корреляции и коэффициент детерминации. Получить прогноз биомассы экосистемы при количестве осадков в 20 см и 55 см.

**Задания для самостоятельной работы:**

Контрольные вопросы для самопроверки знаний:

1. Линейная и нелинейная зависимости между факторами. Приведите примеры тех и других для биологических (экологических) систем в области ваших интересов.
2. Как определяются ошибки параметров уравнения регрессии?
3. В чем отличие парной и множественной регрессии?
4. Смысл  $\beta$ - и  $\Delta$ - коэффициентов при проведении содержательного анализа моделей в целях уточнения приоритетности факторов.
5. Задачи интерполирования и экстраполяции, основные различия и способы решения.

Контрольное задание:

Данные таблицы представляют значения влажности в пробах современных морских илов, отложившихся на побережье Мексиканского залива на востоке штата Луизиана (США).

Глубина (в футах, 1 фут $\approx$ 0,3 м)	Влажность г/100 г сухого остатка	Глубина	Влажность г/100 г сухого остатка
0	124	20	30
5	78	25	21
10	54	30	22
15	35	35	18

Найти параметры уравнения парной регрессии, принимая зависимость между факторным и результативным признаками в виде линейной функции. Проанализировать полученное уравнение и осуществить точный прогноз влажности на глубине 40 футов, принимая  $\alpha = 0,05$ .

Рекомендуемая литература:

1. Кремер Н.Ш. Теория вероятностей и математическая статистика. М.: ЮНИТИ, 2006.
2. Баврин И.И. Высшая математика. – М.: Академия, 2001.
3. Ефимова М.Р. Статистика. М.: ИНФРА-М, 2004.
4. Громько Г.Л. Теория статистики. Практикум. М.: ИНФРА-М, 2003.
5. Тюрин Ю.Н., Макаров А.А. Статистический анализ данных на компьютере. - М.: ИНФРА-М, 1998

**Тема 11. Ряды динамики. Средние характеристики ряда динамики.**

**Цель практической работы:**

**получить практические навыки в применении разнообразных методов оценки динамики временных рядов.**

Приступая к практическому занятию, каждый студент должен **знать** следующие **основные понятия:**

Временные ряды;

Лаг;

«Белый шум»;

Уровни ряда, базисные и цепные показатели динамики: абсолютный прирост, скорость роста, коэффициент роста, темп роста, темп прироста; средние показатели динамики.

**Задача 16.** Имеются следующие данные о лесовосстановительных работах в РФ за 1995-2000 гг.:

Год	1995	1996	1997	1998	1999	2000
Посадка леса, тыс. га	566	521	447	428	391	367

Рассчитать среднегодовой темп роста (снижения) за 1995-2000 гг. лесовосстановительных работ, ориентированный на

А) достижение фактического уровня в 2000 г.;

В) достижение общей площади посадки леса за 1995-2000 гг.

**Задания для самостоятельной работы:**

Контрольные вопросы для самопроверки знаний:

1. Что такое ряды динамики и какова их роль в статистическом анализе?
2. Как решается вопрос о сопоставимости уровней динамического ряда?
3. Какие существуют виды динамических рядов?
4. Какие основные показатели рассчитываются для анализа динамических рядов?
5. Чем вызывается необходимость обработки динамических рядов?
6. Какие существуют способы обработки динамических рядов?

Контрольное задание:

Имеются следующие данные о биопродуктивности экосистемы за 1999 – 2004 гг.

Год	1999	2000	2001	2002	2003	2004
Биопродуктивность, тонн	24,8	29,9	31,1	29,8	35,9	34,9

Определить:

- 1) абсолютные приросты биопродуктивности по годам (по цепному типу);
- 2) цепные и базисные коэффициенты роста;
- 3) среднегодовой уровень биопродуктивности за 1999 – 2004 гг.
- 4) среднегодовой коэффициент роста биопродуктивности за 2000 – 2004 гг.

Рекомендуемая литература:

1. Кремер Н.Ш. Теория вероятностей и математическая статистика. М.: ЮНИТИ, 2006.
2. Ефимова М.Р., Петрова Е.В, Румянцева В.Н. Общая теория статистики. М.: ИНФРА-М., 1998.
3. Елисеева И.И., Юзбашев М.М. Общая теория статистики М.: Финансы и статистика, 1998.
4. Пузаченко Ю.Г. Математические методы в экологических и географических исследованиях. М.: Академия, 2004

5. Харламов А.И., Башина О.Э., Бабурин В.Т. и др. Общая теория статистики М., 1994.

**Тема 12. Фильтрация и временной тренд. Сглаживание ряда простыми скользящими средними, экспоненциальными средними, аналитическим способом.**

**Цель практической работы:**

**научиться выявлять основную тенденцию развития процесса (тренд ряда) с помощью различных способов, предлагаемых теорией математической статистики.**

Приступая к практическому занятию, каждый студент должен знать следующие **основные понятия:**

*Тренд;*

*Рекуррентная формула;*

*Неслучайная компонента;*

*Параметр сглаживания;*

*Характер сглаживания*

**Задача 17.** Произвести сглаживание ряда температур при различных величинах параметра сглаживания и сделать вывод о влиянии данного параметра на характер сглаживания

Момент времени	Ряд температур	$\alpha=0,3$	$\alpha=0,9$
0	1		
1	2		
2	3		
3	1		
4	0		
5	1		
6	1		
7	1		
8	0		
9	-1		

**Задания для самостоятельной работы:**

**Контрольные вопросы для самопроверки знаний:**

- 1. Перечислите варианты основных тенденций развития процессов.*
- 2. Что понимается под коэффициентом  $\alpha$  и как он связан с коэффициентом  $\beta$  при сглаживании рядов экспоненциальными средними?*
- 3. При каком  $\alpha$  сглаживание будет максимальным?*
- 4. Чем обусловлен выбор числа уровней при сглаживании рядов простым скользящим средним?*
- 5. Каким образом можно упростить расчет параметров уравнения по методу наименьших квадратов при сглаживании временных рядов аналитическим способом?*

Контрольное задание:

*Имеются следующие данные о численности населения города за 5 лет*

Год	2000	2001	2002	2003	2004
Численность населения, тыс. чел	72	78	83	87	90

*Найти линию тренда аналитическим способом и, используя полученное уравнение, осуществить прогноз численности населения города на 2007 г.*

Рекомендуемая литература:

1. Ефимова М.Р. Статистика. М.: ИНФРА-М, 2004.
2. Громько Г.Л. Теория статистики. Практикум. М.: ИНФРА-М, 2003.
3. Золотов А.А., Щербаков А.Ю. Математические методы в географии. Калинин, 1989.

**Тема 13. Сезонная компонента временного ряда**

**Цель практической работы:**

**на основании реальных данных провести выявление индекса сезонности и произвести прогноз методом экстраполяции.**

Приступая к практическому занятию, каждый студент должен **знать** следующие **основные понятия:**

*Сезонные колебания;*

*Метод абсолютных разностей;*

*Метод относительных разностей;*

*Индекс сезонности;*

*Центрированная средняя;*

*Модифицированная средняя.*

**Задача 18.** Имеются данные о распространении дифтерии в Херсонской губернии с 1874 по 1908 гг. включительно (источник: Чижевский А.Л. «Земное эхо солнечных бурь» М., 1976, стр. 192)

Год	1874	1875	1876	1877	1878	1879	1880	1881	1882	1883	1884	1885	1886	1887	1888	1889	1890
Число заболеваний	500	4200	1700	1400	1550	400	250	500	700	1250	2650	2250	2900	1350	1600	1150	850
Год	1891	1892	1893	1894	1895	1896	1897	1898	1899	1900	1901	1902	1903	1904	1905	1906	1907
Число заболеваний	444	244	328	836	645	341	326	530	854	663	803	1845	2585	2996	2731	3900	2591

Подобрать метод и с его помощью проанализировать данный временной ряд на наличие сезонности. Рассмотреть гипотезу влияния солнечной активности на распространение заболевания.

### **Задания для самостоятельной работы:**

#### **Контрольные вопросы для самопроверки знаний:**

1. Как измеряются сезонные колебания в динамическом ряде?
2. Что такое индекс сезонности?
3. Каким образом, используя индекс сезонности, можно получить ряд данных, «очищенных» от сезонной компоненты?
4. В чем смысл этого «очищения»?
5. Объясните отличие величин, используемых при расчете индекса сезонности: средней арифметической, медианы и модифицированной средней.

#### **Контрольное задание:**

Имеются статистические данные о количестве заболеваний ОРВИ у детей по сезонам за 3 года

Год	Квартал	Число отмеченных заболеваний, чел.
2002	Зима	298
	Весна	228
	Лето	118
	Осень	270
2003	Зима	307
	Весна	301
	Лето	152
	Осень	286
2004	Зима	307
	Весна	277
	Лето	164
	Осень	282

Рассчитать индексы сезонности, найти параметры уравнения по данным без учета влияния сезонной компоненты, составить прогноз заболеваний на весну и лето 2006 г. с учетом сезонности.

#### **Рекомендуемая литература:**

1. Ефимова М.Р. Статистика. М.: ИНФРА-М, 2004.
2. Громыко Г.Л. Теория статистики. Практикум. М.: ИНФРА-М, 2003.

### **Тема 14. Автокорреляция и модели авторегрессии.**

#### **Цель практической работы:**

**научиться анализировать стационарные временные ряды с помощью коэффициента автокорреляции.**

Приступая к практическому занятию, каждый студент должен **знать** следующие **основные понятия:**

*Положительная и отрицательная автокорреляция;*

*Критерий Дарбина-Уотсона; коэффициент автокорреляции;*

*Адекватные модели;*

**Задача 19.** В таблице представлены данные, отражающие динамику роста дохода на душу населения (ден. ед.) за восьмилетний период:

год	1	2	3	4	5	6	7	8
Ден. ед.	1133	1222	1354	1389	1342	1377	1491	1684

Полагая тренд линейным:

- найти уравнение тренда;
- установить с помощью критерия Дарбина-Уотсона, является ли остаточный ряд автокоррелированным на 5% уровне значимости;
- при отсутствии автокорреляции дать точечный и с надежностью 0,95 интервальный прогнозы значений дохода на девятый год.

**Задания для самостоятельной работы:**

Контрольные вопросы для самопроверки знаний:

- Что такое автокорреляция? Какова роль этого явления при статистическом анализе данных?
- Объясните понятие мультиколлинеарности.
- Какова методика выявления мультиколлинеарности при рассмотрении множественной регрессии.
- Что общего между явлениями автокорреляции и мультиколлинеарности?

Контрольное задание:

Проверить на автокорреляцию следующие ряды данных:

Год	Внесено мин. веществ, кг/га	Биопродуктивность экосистемы, ц/га
1999	52	17,2
2000	46	16,3
2001	24	14,4
2002	16	11,6
2003	17	12,9

Рекомендуемая литература:

- Кремер Н.Ш. Теория вероятностей и математическая статистика. М.: ЮНИТИ, 2006.
- Ефимова М.Р. Статистика. М.: ИНФРА-М, 2004.
- Громько Г.Л. Теория статистики. Практикум. М.: ИНФРА-М, 2003.
- Золотов А.А., Щербаков А.Ю. Математические методы в географии. Калинин, 1989.

**Примеры вопросов для предварительного теста**

**Вариант 1.**

1. Закон распределения непрерывной случайной величины графически изображается в виде:

- многоугольника;
- гистограммы;
- ступенчатого графика;
- круговой диаграммы.

2. Величина дисперсии характеризует
  - а) вариабельность ряда в процентном отношении;
  - б) устойчивость к изменениям внешней среды;
  - в) изменчивость ряда;
  - г) сдвиг относительно  $M_0$ .
3. С помощью коэффициента корреляции определяется
  - а) сила и направление связи между рядами;
  - б) процент изменчивости одного ряда относительно другого;
  - в) рассеяние значений рядов относительно средней арифметической.
4. Сезонная составляющая временного ряда вызвана
  - а) изменениями внутреннего механизма, определяющего поведение ряда;
  - б) внешними по отношению к данному ряду силами;
  - в) набором случайных компонентов.
5. Репрезентативность выборки обеспечивается
  - а) совпадением выборки и генеральной совокупности по длинам рядов;
  - б) методом осуществления выборки;
  - в) незначительностью расхождения средних значений выборки и генеральной совокупности.

#### Экзаменационные вопросы

1. События. Классификация событий.
2. Вероятность. Вычисление вероятности. Условная вероятность события.
3. Основные теоремы теории вероятностей (теорема сложения вероятностей, теорема умножения вероятностей).
4. Повторные независимые испытания. Формула Бернулли.
5. Повторные независимые испытания. Формула Пуассона.
6. Случайные величины. Дискретные и непрерывные случайные величины. Закон распределения случайной величины.
7. Математическое ожидание. Дисперсия. Среднее квадратичное отклонение
8. Характеристики распределения: мода, медиана, эксцесс, асимметрия.
9. Интегральная функция распределения случайной величины. Плотность вероятности.
10. Нормальное распределение. Биномиальное распределение.
11. Выравнивание вариационных рядов (построение теоретических распределений).
12. Критерии согласия: критерий Пирсона, критерий Романовского, критерий Колмогорова.
13. Многомерные случайные величины.
14. Совместное распределение 2-х случайных величин.
15. Выборки. Необходимая численность выборки.
16. Статистическая гипотеза и общая схема ее проверки.
17. Проверка гипотез об однородности выборок.
18. Функциональная, статистическая и корреляционная зависимости. Коэффициент корреляции.
19. Ранговая корреляция.

20. Парная параметрическая корреляция. Корреляционная матрица.
21. Регрессионный анализ. Проверка значимости уравнения регрессии.
22. Нелинейная регрессия. Прогноз значений резульативного признака по уравнению регрессии.
23. Множественный регрессионный анализ.
24. Мультиколлинеарность.
25. Ряды динамики. Средние характеристики ряда динамики.
26. Фильтрация и временной тренд.
27. Сезонная компонента временного ряда.
28. Автокорреляция и модели авторегрессии.

#### IV. Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине

**1. Типовые контрольные задания для проверки уровня сформированности компетенции ОПК-1:** способность решать стандартные задачи профессиональной деятельности на основе информационной и библиографической культуры с применением информационно-коммуникационных технологий и с учетом основных требований информационной безопасности.

Этап формирования компетенции, в котором участвует дисциплина	Типовые контрольные задания для оценки знаний, умений, навыков	Показатели и критерии оценивания компетенции, шкала оценивания
<p><b>Этап: 1</b>  <b>Владеть</b>            навыками решения стандартных задач по дисциплине.</p>	<p><b>1. Решить задачу, используя теорему сложения и умножения вероятностей:</b>  <i>Студент разыскивает нужную ему формулу в трех справочниках. Вероятности того, что формула содержится в 1, 2, 3-м справочнике соответственно равны 0,9; 0,5 и 0,7. Найти вероятность того, что формула содержится: а) только в одном справочнике; б) не содержится ни в одном из справочников.</i></p> <p><b>2. Решить задачу, используя формулу Бернулли:</b>  <i>Стрелок производит три выстрела по мишени. Вероятность попадания при каждом выстреле 0,75.</i></p>	<p>Имеется верное решение, включающее правильный ответ – 5 баллов</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Дано верное решение, но получен неправильный ответ из-за арифметической ошибки</li> </ul> <p>ИЛИ</p> <p>В решении имеются лишние или неверные записи, не отделенные от решения – 3 балла</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Имеется верное решение части задачи – 2 балла</li> </ul>

	<i>Найти вероятность того, что он попадет в мишень два раза.</i>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Решение не дано ИЛИ дано неверное решение – 0 баллов</li> </ul>
<p><b>Этап: 1</b> <b>Уметь</b> применять знания при решении задач; моделировать задачи различных предметных областей средствами теории вероятностей и математической статистики; определять актуальность целей и задач и практическую значимость исследования; собирать и анализировать первичную экспериментальную, полевую, статистическую и иную информацию; осуществлять подбор методик статистической обработки данных и применять их в научных исследованиях для конкретных баз данных.</p>	<p><b>1. Решить задачу:</b> <i>По многолетним статистическим данным известно, что вероятность рождения мальчика равна 0,515. Составить закон распределения случайной величины <math>X</math> - числа мальчиков в семье из 4 детей. (для нахождения вероятностей значений <math>s</math> в <math>X</math> использовать формулу Бернулли).</i></p> <p><b>2. Решить задачу:</b> <i>В условиях предыдущей задачи найти математическое ожидание и дисперсию случайной величины <math>X</math>.</i></p>	<p>Имеется верное решение, включающее правильный ответ – 5 баллов</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Дано верное решение, но получен неправильный ответ из-за арифметической ошибки ИЛИ</li> </ul> <p>В решении имеются лишние или неверные записи, не отделенные от решения – 3 балла</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Имеется верное решение части задачи – 2 балла</li> <li>Решение не дано ИЛИ дано неверное решение – 0 баллов</li> </ul>
<p><b>Этап: 1</b> <b>Знать</b> основные понятия дисциплины, ключевые теоремы, методы и алгоритмы.</p>	<p>Устный ответ: <b>Вопрос 1.</b> <i>Дайте определение случайной величины. Что такое дискретная случайная величин? Перечислите основные способы задания закона распределения случайной величины.</i></p>	<p>Дан полный верный ответ – 5 баллов</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Допущена ошибка, не приведшая к существенному искажению смысла – 3 балла</li> </ul>

	<p><b>Вопрос 2.</b> <i>Перечислите основные числовые характеристики случайных величин. Какая из них имеет смысл среднего значения случайной величины?</i></p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Допущены логические ошибки, свидетельствующие о непонимании ИЛИ</li> <li>• Ответ не дан – 0 баллов</li> </ul>
--	---	--

**2. Типовые контрольные задания для проверки уровня сформированности компетенции ОПК-2:** способность использовать экологическую грамотность и базовые знания в области физики, химии, наук о Земле и биологии в жизненных ситуациях; прогнозировать последствия своей профессиональной деятельности, нести ответственность за свои решения.

<p><b>Этап формирования компетенции, в котором участвует дисциплина</b></p>	<p><b>Типовые контрольные задания для оценки знаний, умений, навыков</b></p>	<p><b>Показатели и критерии оценивания компетенции, шкала оценивания</b></p>										
<p><b>Этап: 1</b>  <b>Владеть</b> математической грамотностью на уровне, позволяющем соотносить практические проблемы с теоретическим материалом и интерпретировать полученные результаты.</p>	<p><b>1. Решить задачу:</b>  <i>В некоторой популяции растений вероятность встретить растение с красными ягодами равна 0,8. Какова вероятность того, что среди отобранных случайным образом 10 растений этой популяции, красные ягоды будут иметь:</i>  <i>а) 7 растений;</i>  <i>б) не менее восьми растений.</i></p> <p><b>2. а) Дано распределения частот выборки. Найдите распределение относительных частот для данной выборки.</b></p> <table border="1" data-bbox="646 1736 1013 1854"> <tr> <td><math>x_i</math></td> <td>2</td> <td>3</td> <td>5</td> <td>6</td> </tr> <tr> <td><math>n_i</math></td> <td>5</td> <td>3</td> <td>6</td> <td>4</td> </tr> </table> <p><b>б) Постройте полигон относительных частот данного распределения. В чем отличие полигона</b></p>	$x_i$	2	3	5	6	$n_i$	5	3	6	4	<p>Имеется верное решение, включающее правильный ответ – 5 баллов</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Дано верное решение, но получен неправильный ответ из-за арифметической ошибки</li> </ul> <p>ИЛИ</p> <p>В решении имеются лишние или неверные записи, не отделенные от решения – 3 балла</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Имеется верное решение части задачи – 2 балла</li> <li>• Решение не дано</li> </ul> <p>ИЛИ</p> <p>дано неверное решение – 0 баллов</p>
$x_i$	2	3	5	6								
$n_i$	5	3	6	4								

	<i>относительных частот от полигона частот?</i>													
<p><b>Этап: 1</b> <b>Уметь</b> прогнозировать последствия профессиональной деятельности.</p>	<p><b>1. Решить задачу:</b> <i>Дискретная случайная величина <math>X</math> принимает 3 значения: <math>x_1</math> с вероятностью <math>p_1</math>, <math>x_2=5</math> с вероятностью <math>p_2=0,3</math>, <math>x_3=10</math> с вероятностью <math>p_3=0,2</math>. Найти <math>x_1</math> и <math>p_1</math>, зная, что математическое ожидание величины <math>X</math> равно 5,5.</i></p> <p><b>2. Решить задачу:</b> <i>В условиях задачи 1 дисперсию и среднее квадратическое отклонение случайной величины <math>X</math>.</i></p> <p><b>3. Решить задачу:</b> <i>Закон распределения случайной величины <math>X</math> представлен таблицей:</i></p> <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td><math>X</math></td> <td>1</td> <td>2</td> <td>3</td> <td>4</td> <td>5</td> </tr> <tr> <td><math>p</math></td> <td>0.4</td> <td>0.1</td> <td></td> <td>0.2</td> <td>0.1</td> </tr> </table> <p><i>а) Найдите значение вероятности соответствующее значению <math>x_3=3</math>;</i> <i>б) Постройте график функции распределения вероятностей случайной величины <math>X</math>.</i></p>	$X$	1	2	3	4	5	$p$	0.4	0.1		0.2	0.1	<p>Имеется верное решение, включающее правильный ответ – 5 баллов</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Дано верное решение, но получен неправильный ответ из-за арифметической ошибки</li> </ul> <p>ИЛИ</p> <p>В решении имеются лишние или неверные записи, не отделенные от решения – 3 балла</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Имеется верное решение части задачи – 2 балла</li> <li>Решение не дано</li> </ul> <p>ИЛИ</p> <p>дано неверное решение – 0 баллов</p>
$X$	1	2	3	4	5									
$p$	0.4	0.1		0.2	0.1									
<p><b>Этап: 1</b> <b>Знать</b> базовые математические понятия, математический язык, основные математические методы; правила и условия выполнения работы, технических</p>	<p>Устный ответ: <b>Вопрос 1. а) Дайте определение противоположного события.</b> <b>б) Пусть событие <math>A</math> заключается в том, что студент сдал экзамен. Определите событие, противоположное событию <math>A</math>. Если <math>P(A)=0,75</math>, то чему равна вероятность противоположного события?</b></p>	<p>Дан полный верный ответ – 5 баллов</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Допущена ошибка, не приведшая к существенному искажению смысла – 3 балла</li> <li>Допущены логические ошибки, свидетельствующие о непонимании</li> </ul> <p>ИЛИ</p>												

расчетов, оформления получаемых результатов.	<b>Вопрос 2.</b> <i>Сформулируйте теорему сложения вероятностей для случая конечного числа несовместных событий и запишите соответствующую формулу.</i>	Ответ не дан – 0 баллов
--	---	-------------------------

## **V. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины**

### а) Основная литература:

1. Балдин К. В. Теория вероятностей и математическая статистика: учебник / К. В. Балдин, В. Н. Башлыков, А. В. Рукосуев. - 2-е изд. - Москва: Издательско-торговая корпорация «Дашков и К<sup>о</sup>», 2016. - 472 с.: ил. - Библиогр.: с. 433-434. - ISBN 978-5-394-02108-4; [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=453249>
2. Колемаев В. А. Теория вероятностей и математическая статистика: учебник / В. А. Колемаев, В. Н. Калинина. - Москва: Юнити-Дана, 2015. - 352 с.: табл. - ISBN 5-238-00560-1; [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=436721>
3. Гулай Т. А. Теория вероятностей и математическая статистика: учебное пособие / Т. А. Гулай, А. Ф. Долгополова, Д. Б. Литвин, С. В. Мелешко. - 2-е изд., доп. – Ставрополь: АГРУС, 2013. - 260 с. - [Электронный ресурс].- Режим доступа: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=277492>

### б) Дополнительная литература:

1. Математические методы в биологии / сост. И. В. Иванов. - Кемерово: Кемеровский государственный университет, 2012. - 196 с.; [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=232506>
2. Генетика и биометрия (учебно-практическое руководство): учебно-методическое пособие / Т. Т. Тарчоков, В. И. Максимов, Ю. А. Юлдашбаев. – Москва: КУРС, НИЦ ИНФРА-М, 2016. - 112 с.: 60x90 1/16 ISBN 978-5-906818-94-2; [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://znanium.com/go.php?id=754365>
3. Математические методы анализа и распознавания генетической информации: монография / В. М. Гупал. – Москва: ИЦ РИОР: НИЦ Инфра-М, 2012. - 154 с.: 60x88 1/16. - (Научная мысль). (обложка) ISBN 978-5-369-01075-4; [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://znanium.com/go.php?id=309338>

## **VI. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины**

<http://ru.wikipedia.org/>

<http://www.biophys.msu.ru>

[www.statsoft.ru/home/textbook](http://www.statsoft.ru/home/textbook) - электронный учебник по статистике

Электронно-библиотечные системы:

1. ЭБС «Университетская библиотека онлайн» - <http://biblioclub.ru>
2. ЭБС «Лань» - <https://e.lanbook.com>
3. ЭБС «ИНФРА-М» - <http://znanium.com>
4. e-library – <https://elibrary.ru>

## **VII. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины**

Подготовка к практическим занятиям по дисциплине включает в себя:

- изучение лекционного материала, необходимого для решения практических задач;
- решение практических задач, заданных преподавателем на дом;
- подготовку к контрольным и самостоятельным работам.

При подготовке к практическим занятиям рекомендуется изучить теоретический материал соответствующих разделов литературы из обязательного и дополнительного списков.

### **Учебная программа.**

#### **Введение.**

Общая схема научного познания мира. Основные системные понятия: элементы, свойства, состояние, процессы, отношения, параметры. Иерархия эпистемологических систем. Использование моделирования в биологических и экологических исследованиях. Виды моделей, классификация моделей. Статистические методы обработки данных. Организационные формы статистического наблюдения. Требования, предъявляемые к статистической информации. Виды и функции статистических таблиц. Графики, их значение в статистическом анализе.

#### **Основные понятия и теоремы теории вероятностей. Повторные независимые испытания.**

Классическое и статистическое определения вероятности. Элементы комбинаторики. Непосредственное вычисление вероятности. Формула Бернулли. Формула Пуассона.

#### **Абсолютные, относительные и средние величины.**

Дискретные и непрерывные случайные величины. Абсолютные показатели, натуральные единицы измерения. Относительные величины динамики, структуры, координации, наглядности, интенсивности. Средние величины, виды средних величин, средняя арифметическая, средняя гармоническая, средняя геометрическая. Структурные средние.

#### **Дисперсия, среднее квадратичное отклонение, коэффициент вариации.**

Размах колебаний признака. Общая дисперсия. Внутригрупповая дисперсия. Правило сложения дисперсий.

#### **Статистические распределения и их основные характеристики.**

Законы распределения дискретной и непрерывной случайных величин. Интегральная функция распределения. Плотность вероятности. Кривые

нормального распределения. Мода. Медиана. Асимметрия. Эксцесс. Распределение Пуассона.

### **Многомерные случайные величины. Совместное распределение двух случайных величин.**

Понятие многомерной случайной величины и закон ее распределения. Функция распределения многомерной случайной величины. Зависимые и независимые случайные величины. Двумерный (n-мерный) нормальный закон распределения. Таблица сопряженности случайных величин (дискретных или непрерывных). Условные законы распределения. Условные средние арифметические. Графики, отображающие условные законы распределения. Вероятностная поверхность.

### **Закон больших чисел.**

Предельные теоремы. Неравенство Маркова (лемма Чебышева). Теорема Чебышева. Неравенство Чебышева.

### **Выборки. Понятие оценки параметров. Оценка характеристик генеральной совокупности по малой выборке.**

Преимущества выборочного наблюдения. Теоретические основы выборочного метода. Репрезентативность выборки. Стандартная и предельная ошибка простой случайной выборки. Необходимая численность выборки. Формы организации выборочного наблюдения.

### **Статистическое оценивание и проверка гипотез.**

Статистическая гипотеза и общая схема ее проверки. Проверка гипотез о равенстве средних двух и более совокупностей. Проверка гипотез о равенстве долей признака в двух и более совокупностях. Проверка гипотез об однородности выборок. Проверка гипотез о равенстве дисперсий двух и более совокупностей. Проверка гипотез о числовых значениях параметров. Построение теоретического закона распределения по опытным данным. Проверка гипотез о законе распределения.

### **Корреляционный анализ.**

Функциональная, статистическая и корреляционная зависимости. Факторные и результативные признаки. Методы расчета коэффициента корреляции. Основные положения корреляционного анализа. Двумерная модель. Корреляционное отношение и индекс корреляции. Понятие о многомерном корреляционном анализе. Множественный и частный коэффициенты корреляции. Ранговая корреляция.

### **Регрессионный анализ.**

Задачи регрессионного анализа. Типы функций, используемых для характеристики связей. Метод наименьших квадратов как способ нахождения параметров уравнения регрессии. Коэффициент регрессии, коэффициент эластичности. Индекс корреляции. Средняя квадратичная ошибка и ее роль в оценке надежности уравнения регрессии. Прогноз значений результативного признака по уравнению регрессии. Множественная регрессия. Мультиколлинеарность.

### **Ряды динамики.**

Составляющие временного ряда. Уровни ряда. Показатели динамики с постоянной и переменной базой (цепной и базисный методы анализа). Средние характеристики ряда динамики.

### **Фильтрация и временной тренд.**

Основная тенденция развития. Понятие «сглаживания» ряда. Сглаживание простым скользящим средним. Сглаживание экспоненциальным средним. Аналитическое сглаживание ряда.

### **Сезонная компонента временного ряда.**

Понятие сезонности в биологических и экологических процессах и явлениях. Сезонные колебания, частота сезонного колебания. Индекс сезонности, способ расчета индекса сезонности. Гармонический анализ. Экстраполяция с помощью уравнения тренда без учета и с учетом индекса сезонности.

### **Автокорреляция и модели авторегрессии.**

Понятие автокорреляции в рядах динамики. Критерии Андерсена и Дурбина-Ватсона. Мультиколлинеарность при анализе множественной регрессии.

## **2. Требования к рейтинг-контролю:**

учебный материал разбивается на 2 модуля.

### **1 модуль**

<b>Вид контроля</b>	<b>Формы контроля</b>	<b>Максимальный балл</b>
Текущий контроль	домашние работы	5
	активность на занятиях	5
	работа на занятии	5
Рейтинговый контроль	контрольная работа №1	15
<b>Общая сумма баллов:</b>		<b>30</b>

### **2 модуль**

<b>Вид контроля</b>	<b>Формы контроля</b>	<b>Максимальный балл</b>
Текущий контроль	домашние работы	5
	активность на занятиях	5
	работа на занятии	5
Рейтинговый контроль	контрольная работа №2	15
<b>Общая сумма баллов:</b>		<b>30</b>

Рейтинг студента складывается из баллов, полученных по каждому модулю. Форма промежуточной аттестации за семестр – экзамен.

Примерный перечень вопросов и заданий для проведения текущего и рубежного контроля находится в разделе III. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине.

**VIII. Перечень педагогических и информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине, включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем (по необходимости)**

В процессе освоения дисциплины используются следующие образовательные технологии, способы и методы формирования компетенций: традиционные лекция и практическое занятие, проблемная лекция, упражнения, подготовка письменных аналитических работ.

Для формирования у студентов интереса к самостоятельному аналитическому поиску и научной интуиции используются профессионально ориентированные прогностические задачи различного уровня сложности.

Перечень лицензионного обеспечения:

Google Chrome

Microsoft Office 365 pro plus

Microsoft Windows 10.

Kaspersky Endpoint Security 10 для Windows

**IX. Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине**

Мультимедийный проектор в комплекте с портативным персональным компьютером (ноутбуком) и экраном для демонстрации электронных наглядных пособий во время проведения учебных занятий.

**X. Сведения об обновлении рабочей программы дисциплины (или модуля)**

№ п.п.	Обновленный раздел рабочей программы дисциплины	Описание внесенных изменений	Дата и протокол заседания кафедры, утвердившего изменения
1.			