

Документ подписан простой электронной подписью  
Информация о владельце:  
ФИО: Смирнов Сергей Николаевич  
Должность: врио ректора  
Дата подписания: 10.10.2023 15:05:24  
Уникальный программный ключ:  
69e375c64f7e975d4e8830e7b4fcc2ad1bf35f08

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации

ФГБОУ ВО «Тверской государственный университет»



Утверждаю:

Руководитель ООП

А.А. Голубев

«16» 06 2021 г.

Рабочая программа дисциплины (с аннотацией)

## Задачи с параметрами в школьном курсе математики

Направление подготовки

**01.03.01 Математика**

Профиль подготовки

**Преподавание математики и информатики**

Для студентов 4 курса

Форма обучения очная

Составитель:

к.ф.-м.н., доцент Голубев А.А.

Тверь, 2021

## **I. Аннотация**

### **1. Цель и задачи дисциплины**

Владение приемами решения задач с параметрами можно считать критерием знаний основных разделов школьной математики, уровня математического и логического мышления.

Цель дисциплины состоит в формировании у студента – будущего учителя математики умений и навыков по решению задач с параметрами; формирование умения выстраивать логическую цепочку рассуждений и повышение уровня логического мышления и математической культуры.

Задачи дисциплины - получение навыков и расширение приемов по формированию у учащегося интереса к предмету, развитие их математических способностей, развития исследовательской и познавательной деятельности учащегося, обеспечения условий для самостоятельной творческой работы.

Актуальность предмета связана с тем, что обучение задачам с параметрами потребует от учащихся умственных и волевых усилий, развитого внимания, воспитания таких качеств, как активность, творческая инициатива, умений коллективно-познавательного труда – в этом заключается воспитательное значение курса.

Для успешного усвоения курса студент должен иметь элементарные умения решать задачи повышенного по сравнению с обязательным уровнем сложности; точно и грамотно формулировать изученные теоретические положения и излагать собственные рассуждения при решении задач; правильно пользоваться математической символикой и терминологией; применять рациональные приемы тождественных преобразований.

### **2. Место дисциплины в структуре ООП**

Дисциплина относится к формируемой участниками образовательных отношений части блока 1 – к элективным дисциплинам, углубляющим универсальные компетенции и формирующим профессиональные компетенции.

Дисциплина является закрепляющей и обобщающей для дисциплин, «Элементарная математика», «Психолого-педагогические основы обучения математике» и др. Для успешного усвоения курса студент должен иметь элементарные умения решать задачи повышенного по сравнению с обязательным уровнем сложности; точно и грамотно формулировать изученные теоретические положения и излагать собственные рассуждения при решении задач; правильно пользоваться математической символикой и терминологией; применять рациональные приемы тождественных преобразований.

Дисциплина изучается на 4 курсе (7, 8 семестры).

**3. Объем дисциплины:** 6 зачётных единиц, 216 академических часов,  
**в том числе:**

**контактная аудиторная работа:** 108 часов, в том числе:

лекции 54 часа, в том числе практическая подготовка 0 часов, практические занятия 54 часа, в том числе практическая подготовка 10 часов; **самостоятельная работа:** 108 часов, в том числе контроль 27 часов.

**4. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы**

Планируемые результаты освоения образовательной программы (формируемые компетенции)	Планируемые результаты обучения по дисциплине
УК-4 Способен осуществлять деловую коммуникацию в устной и письменной формах на государственном языке Российской Федерации и иностранном(ых) языке(ах)	УК-4.1 Выбирает стиль общения на русском языке в зависимости от цели и условий партнерства; адаптирует речь, стиль общения и язык жестов к ситуациям взаимодействия УК-4.5 Публично выступает на русском языке, строит свое выступление с учетом аудитории и цели общения
ПК-1 Способен преподавать математику и (или) информатику в средней школе, специальных учебных заведениях на основе полученного фундаментального образования и научного мировоззрения	ПК-1.1 Применяет современные методики преподавания профессиональных дисциплин ПК-1.2 Планирует учебные занятия по образовательным программам с учетом уровня подготовки и психолого-возрастных особенностей аудитории

**5. Форма промежуточной аттестации и семестр прохождения экзамен (8 семестр).**

**6. Язык преподавания:** русский.

**II. Содержание дисциплины, структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий**

Учебная программа – наименование разделов и тем	Всего (час.)	Контактная работа (час.)				Контроль самостоятельной работы (в том числе курсовая работа)	Самостоятельная работа (в т.ч. контроль)
		Лекции		Практические занятия			
		всего	<i>в т.ч. практическая подготовка</i>	всего	<i>в т.ч. практическая подготовка</i>		
Тема 1. Понятие параметра и решения задачи с параметром	20	4	0	4	0	0	12
Тема 2. Линейные уравнения и неравенства с параметрами	20	4	0	4	0	0	12
Тема 3. Квадратные уравнения и неравенства с параметрами	24	6	0	6	2	0	12
Тема 4. Дробно-рациональные уравнения и неравенств с параметром	28	8	0	8	0	0	12
Тема 5. Трансцендентные уравнения и неравенств с параметром	28	8	0	8	0	0	12
Тема 6. Использование свойств функций в решение задач с параметром	28	8	0	8	4	0	12

Тема 7. Графический метод решения задач с параметром	34	8	0	8	0	0	18
Тема 8. Использование методов математического анализа для решений задач с параметрами	34	8	0	8	4	0	18
ИТОГО	216	54	0	54	10	0	108

### III. Образовательные технологии

Преподавание учебной дисциплины строится на сочетании аудиторных занятий и различных форм самостоятельной работы студентов.

Также на занятиях практикуется самостоятельная работа студентов, выполнение заданий в малых группах, письменные работы, моделирование дискуссионных ситуаций, работа с раздаточным материалом, привлекаются ресурсы сети INTERNET. Курс предусматривает выполнение контрольных и самостоятельных работ, письменных домашних заданий. В качестве форм контроля используются различные варианты взаимопроверки и взаимоконтроля.

Интерактивное взаимодействие студентов с одной стороны и преподавателя с другой, а также студентов между собой и с преподавателем во время практических занятий.

#### **Образовательные технологии**

1. Дискуссионные технологии
2. Информационные (цифровые)
3. Технологии развития критического мышления

#### **Современные методы обучения**

1. Активное слушание
2. Лекция (традиционная)

### IV. Оценочные материалы для проведения текущей и промежуточной аттестации

#### **1. Оценочные материалы для проведения текущей аттестации**

##### **Задачи по темам**

1. Решите уравнение  $m = \frac{1}{m} + \frac{m-1}{m(x-1)}$  относительно  $x$ .

2. Решите уравнение  $mx^2 + 3mx - (m + 2) = 0$  относительно  $x$ .

3. Решите уравнение  $\sqrt{x^2 + ax - 2a} = x + 1$  относительно  $x$ .

4. Решите неравенство  $\log_{\frac{x}{a}} a > \log_{a^2 x} a^2$  относительно  $x$ .

5. При каком значении параметра  $a$  сумма квадратов корней уравнения  $x^2 - ax + (a - 1) = 0$  будет наименьшей?

6. Найдите все значения параметра  $a$ , при каждом из которых все корни уравнения

$$3ax^2 + (3a^3 - 12a^2 - 1)x - a(a - 4) = 0$$

удовлетворяют неравенству  $|x| \leq 1$ .

7. Уравнение  $x^2 - (|a + 5| - |a - 5|)x + (a - 12)(a + 12) = 0$  имеет два различных отрицательных корня. Найдите  $a$ .

8. Уравнение  $|1 - ax| = 1 + (1 - 2a)x + ax^2$  имеет единственный корень. Найдите  $a$ .

9. При каких значениях параметра  $a$  система уравнений 
$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 100, \\ x + y = a \end{cases}$$
 имеет единственное решение?

10 (ЕГЭ–2010). Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых функция  $f(x) = x^2 - 2|x - a^2| - 8x$  имеет более двух точек экстремума.

11 (пробные задания к ЕГЭ–2010). Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых неравенство  $|x + 1| + 2|x + a| > 3 - 2x$  выполняется для любого  $x$ .

12. Найдите все значения параметра  $a$ , при каждом из которых уравнение  $|x + 3| - 1 = |2x - a|$  имеет единственный корень.

**13.** Найдите все значения параметра  $a$ , при каждом из которых уравнение  $|x + 3| - 1 = |2x - a|$  имеет единственный корень.

**14.** Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых уравнение  $|x^2 - 6x + 8| + |x^2 - 6x + 5| = a$  имеет ровно три корня.

**15.** Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых уравнение  $|x + a| + ||x - 3| - 4| = 1$  имеет ровно 2 корня.

**16.** Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых уравнение  $(a + 4x - x^2 - 1)(a + 1 - |x - 2|) = 0$  имеет ровно три корня.

**17.** Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых уравнение  $x^4(x^2 + \sqrt{a^2 - a - 1}) + \sqrt{(8 - a)^2} + \sqrt{(27 + a)^2} - \sqrt{(8 - a)(27 + a)} = 21$  имеет единственное решение.

**18 (ЕГЭ–2011).** Найдите все положительные  $a$ , при каждом из которых система уравнений имеет единственное решение:

$$\begin{cases} (|x| - 5)^2 + (y - 4)^2 = 9, \\ (x - 2)^2 + y^2 = a^2. \end{cases}$$

**19 (демонстрационный вариант 2011 г.).** Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых система уравнений имеет единственное решение:

$$\begin{cases} a(x^4 + 1) = y + 2 - |x|, \\ x^2 + y^2 = 4. \end{cases}$$

**20.** Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых система имеет решения:

$$\begin{cases} x^2 + (8a + 4)x + 7a^2 + 4a < 0, \\ x^2 + a^2 = 16. \end{cases}$$

**21.** Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых значение

выражения  $-(a+1)|x|$  не равно значению выражения  $2x+a$  для всех  $x$  из промежутка  $(-5;2]$ .

**22.** Найдите все значения параметра  $a$ , при которых количество корней уравнения  $(a-5)x^3 - 2x^2 + x = 0$  равно количеству общих точек линий  $x^2 + y^2 = a^2$  и  $y = 6 - |x - 2|$ .

**23.** Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых уравнение  $\cos \sqrt{a^2 - x^2} = 1$  имеет ровно десять решений.

## 2. Оценочные материалы для проведения промежуточной аттестации

Планируемый образовательный результат (компетенция, индикатор)	Типовые контрольные задания	Критерии оценивания и шкала оценивания
<p>УК-4 Способен осуществлять деловую коммуникацию в устной и письменной формах на государственном языке Российской Федерации и иностранном(ых) языке(ах)</p> <p><i>УК-4.1 Выбирает стиль общения на русском языке в зависимости от цели и условий партнерства; адаптирует речь, стиль общения и язык жестов к ситуациям взаимодействия</i></p> <p><i>УК-4.5 Публично выступает на русском языке, строит свое выступление с учетом аудитории и цели общения</i></p>	<p>1. Подготовить методические рекомендации для решения задачи: Найдите все значения параметра <math>b</math>, при каждом из которых для любого <math>a</math> неравенство <math>(x-a-2b)^2 + (y-3a-b)^2 &lt; 1/2</math> имеет хотя бы одно целочисленное решение <math>(x; y)</math>.</p> <p>2. Подготовить методические рекомендации для решения задачи: Найдите все значения <math>a</math>, для каждого из которых неравенство <math>ax^2 - 4x + 3a + 1 &gt; 0</math> выполняется для всех <math>-1 &lt; x &lt; 0</math>.</p> <p>3. Описать понятия и сформулировать</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Знает все понятия и утверждения, необходимые для решения задачи – 15–20 баллов</li> <li>• Формулирует определения понятий и утверждения, необходимые для решения задачи, с незначительными ошибками – 8–14 баллов</li> <li>• Знает некоторые определения понятий и утверждения, необходимые для решения задачи – 0–7 баллов</li> </ul> <p>И</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Сообщение характеризуется композиционной цельностью, соблюдена логическая последовательность, поддерживается равномерный темп на протяжении всего ответа – 15–20 баллов</li> <li>• Сообщение</li> </ul>

	<p>утверждения, необходимые для решения задачи: Найдите все значения <math>a</math>, при каждом из которых система</p> $\begin{cases} y - x^2 = a, \\ x - y^2 = a \end{cases}$ <p>имеет ровно два решения.</p>	<p>характеризуется композиционной цельностью, есть нарушения последовательности, большое количество неоправданных пауз – 8–14 баллов</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Не прослеживается логика, мысль не развивается – 0–7 баллов</li> </ul>
<p>ПК-1 Способен преподавать математику и (или) информатику в средней школе, специальных учебных заведениях на основе полученного фундаментального образования и научного мировоззрения</p> <p>ПК-1.1 Применяет современные методики преподавания профессиональных дисциплин</p> <p>ПК-1.2 Планирует учебные занятия по образовательным программам с учетом уровня подготовки и психолого-возрастных особенностей аудитории</p>	<p>1. Организовать учебную деятельность для решения задачи: Найдите все значения <math>a</math>, для каждого из которых неравенство <math>ax^2 - 4x + 3a + 1 &gt; 0</math> выполняется для всех <math>-1 &lt; x &lt; 0</math>.</p> <p>2. Организовать учебную деятельность для решения задачи: Найдите все значения <math>a</math>, при каждом из которых система</p> $\begin{cases} y - x^2 = a, \\ x - y^2 = a \end{cases}$ <p>имеет ровно два решения.</p> <p>3. Описать понятия и учебные технологии, необходимые для решения задачи: Найдите все значения</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Полно и правильно даны ответы на все поставленные вопросы, приведены необходимые примеры; студент показывает понимание излагаемого материала – 15–20 баллов</li> <li>• Полно и правильно даны ответы на все поставленные вопросы, приведены примеры, однако имеются неточности; в целом студент показывает понимание изученного материала – 8–14 баллов</li> <li>• Ответ дан в основном правильно, но недостаточно аргументированы выводы, приведены не все необходимые примеры – 1–7 баллов</li> <li>• Даны неверные ответы на поставленные вопросы – 0 баллов</li> </ul> <p style="text-align: right;"><i>ИЛИ</i></p>

	<p><math>p</math>, при которых множество значений функции</p> $f(x) = \frac{3x + p}{x^2 + 5x + 7}$ <p>содержит полуинтервал <math>(-1; 3]</math>. Определите при каждом таком <math>p</math> множество значений функции <math>f</math>.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Грамотно осуществляет организацию учебной деятельности, адекватно оценивает полученный результат – 15–20 баллов</li> <li>• Грамотно осуществляет организацию учебной деятельности, не оценивает результат деятельности – 8–14 баллов</li> <li>• Осуществляет организацию учебной деятельности с грубыми методическими ошибками – 1–7 баллов</li> <li>• Не способен организовать учебную деятельность – 0 баллов</li> </ul>
--	---	---

## V. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

### 1) Рекомендуемая литература

#### а) Основная литература:

1. Шапкин, А. С. Задачи с решениями по высшей математике, теории вероятностей, математической статистике, математическому программированию : учебное пособие / А. С. Шапкин, В. А. Шапкин. – 10-е изд., стер. – Москва : Дашков и К°, 2021. – 432 с. : ил., табл., граф. – (Учебные издания для бакалавров). – Режим доступа: по подписке. – URL: <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=684406>

#### б) Дополнительная литература:

Потапенко, С. М. Задачи регионального содержания как фактор активизации познавательной деятельности на уроках информатики / С. М. Потапенко ; Северный (Арктический) федеральный университет им. М. В. Ломоносова. – Архангельск : Северный (Арктический) федеральный университет (САФУ), 2013. – 103 с. : схем., табл., ил. – Режим доступа: по подписке. – URL: <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=436191>

### 2) Программное обеспечение

Google Chrome	бесплатное ПО
Яндекс Браузер	бесплатное ПО
Kaspersky Endpoint Security 10	акт на передачу прав ПК545 от 16.12.2022
Многофункциональный редактор ONLYOFFICE	бесплатное ПО
ОС Linux Ubuntu	бесплатное ПО

3) *Современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы*

№ п/п	Вид информационного ресурса, наименование информационного ресурса	Адрес (URL)
1	ЭБС «ZNANIUM.COM»	<a href="https://znanium.com/">https://znanium.com/</a>
2	ЭБС «ЮРАИТ»	<a href="https://urait.ru/">https://urait.ru/</a>
3	ЭБС «Университетская библиотека онлайн»	<a href="https://biblioclub.ru/">https://biblioclub.ru/</a>
4	ЭБС IPR SMART	<a href="http://www.iprbookshop.ru/">http://www.iprbookshop.ru/</a>
5	ЭБС «ЛАНЬ»	<a href="http://e.lanbook.com">http://e.lanbook.com</a>
6	ЭБС ТвГУ	<a href="http://megapro.tversu.ru/megapro/Web">http://megapro.tversu.ru/megapro/Web</a>
7	Репозиторий ТвГУ	<a href="http://eprints.tversu.ru">http://eprints.tversu.ru</a>
8	Ресурсы издательства Springer Nature	<a href="http://link.springer.com/">http://link.springer.com/</a>
9	СПС КонсультантПлюс (в сети ТвГУ)	

## **VI. Методические материалы для обучающихся по освоению дисциплины**

### **Учебная программа**

#### **Тема 1. Понятие параметра и решения задачи с параметром**

Понятие параметра. Виды уравнений и неравенств, содержащие параметр. Что значит - решить уравнение или неравенство с параметрами. Что значит - исследовать уравнение (определить количество решений, найти положительные решения и т.д.), содержащее параметры. Полное решение уравнений и неравенств с параметром.

#### **Тема 2. Линейные уравнения и неравенства с параметрами**

Общие подходы к решению линейных уравнений и неравенств, содержащих параметр. Решение уравнений и неравенств, приводимых к линейным. Линейные уравнения с параметрами, содержащие дополнительные условия (корень равен данному числу, прямая проходит через точку с заданными координатами, уравнение имеет отрицательное решение и т.д.).

#### **Тема 3. Квадратные уравнения и неравенства с параметрами**

Исследование квадратного трехчлена. Использование теоремы Виета. Решение квадратных уравнений и неравенств с параметром. Квадратные уравнения с параметрами, содержащие дополнительные условия.

#### **Тема 4. Дробно-рациональные уравнения и неравенств с параметром**

Решение дробно-рациональных уравнений и неравенств с параметром.

Уравнения с параметрами, содержащие дополнительные условия.

### **Тема 5. Трансцендентные уравнения и неравенств с параметром**

Решение различных уравнений и неравенств с параметром: уравнения и неравенства, содержащие модуль, иррациональные, показательные, логарифмические. Уравнения с параметрами, содержащие дополнительные условия.

### **Тема 6. Использование свойств функций в решение задач с параметром**

Использование свойств функций в решение задач с параметром. Множество значений функций, монотонность, экстремумы. Использование четности и периодичности функций. Метод оценки.

### **Тема 7. Графический метод решения задач с параметром**

Графический метод решения задач с параметром. Задачи с параметром, использующие построения множества точек в системе координат  $(x;y)$ ,  $(x;a)$ .

### **Тема 8. Использование методов математического анализа для решений задач с параметрами**

Использование методов математического анализа для решений задач с параметрами.

## **Вопросы к экзамену**

1. Понятие параметра и решения задачи с параметром.
2. Виды уравнений и неравенств, содержащие параметр. Что значит - решить уравнение или неравенство с параметрами.
3. Что значит - исследовать уравнение (определить количество решений, найти положительные решения и т.д.), содержащее параметры. Полное решение уравнений и неравенств с параметром.
4. Линейные уравнения и неравенства с параметрами. Общие подходы к решению линейных уравнений и неравенств, содержащих параметр.
5. Решение уравнений и неравенств, приводимых к линейным. Линейные уравнения с параметрами, содержащие дополнительные условия (корень равен данному числу, прямая проходит через точку с заданными координатами, уравнение имеет отрицательное решение и т.д.).
6. Квадратные уравнения и неравенства с параметрами. Исследование квадратного трехчлена. Использование теоремы Виета. Решение квадратных уравнений и неравенств с параметром.
7. Квадратные уравнения с параметрами, содержащие дополнительные условия.
8. Дробно-рациональные уравнения и неравенств с параметром.
9. Уравнения с параметрами, содержащие дополнительные условия.

10. Трансцендентные уравнения и неравенств с параметром.
11. Использование свойств функций в решение задач с параметром.
12. Графический метод решения задач с параметром.
13. Использование методов математического анализа для решений задач с параметрами

### Задачи к экзамену

1. Функция  $f(x)$  имеет период 4, чётна и на отрезке  $[0;2]$  совпадает с функцией  $y = 2 - x^2$ . Найдите, при каких значениях  $a$  графики функций  $f(x)$  и  $g(x) = (2a - 1)|x + 3|$  пересекаются ровно в 7 различных точках.

2. При каких  $a$  уравнение  $|x^2 - 2x - 3| - 2a = |x - a| - 1$  имеет ровно три корня?

3. Известно, что неравенство

$$\sqrt{b^5}(8x - x^2 - 16) + \frac{\sqrt{b}}{8x - x^2 - 16} \geq -\frac{2}{3}b|\cos \pi x|$$

имеет хотя бы один корень. Найдите наибольшее из возможных значений параметра  $b$ .

4. Найдите все значения переменной  $x$ , удовлетворяющие неравенству

$$(a + 2)x^3 - (2a + 1)x^2 - 6x + (a^2 + 4a - 5) > 0$$

хотя бы при одном значении  $a$ , принадлежащем промежутку  $[-2;1]$ .

5. Найдите все значения  $x$ , которые удовлетворяют неравенству  $(2a - 1)x^2 < (a + 1)x + 3a$  при любом значении параметра  $a$ , принадлежащем промежутку  $(1;2)$ .

6. Решите уравнение  $\sqrt{a^2 - x} + \sqrt{b^2 - x} = a + b$  относительно  $x$ .

7. Найдите все  $a$ , при которых среди корней уравнения  $\sin 2x + 6a \cos x - \sin x - 3a = 0$  найдутся два, удалённые друг от друга на расстояние  $3\pi/2$ .

8. А выполняет некоторую работу в срок, на  $a$  дней больший, чем В, и на  $b$  дней больший, чем С ( $a > 0, b > 0$ ). А и В, работая вместе, выполняют эту работу в срок, равный сроку С. Определите время, в которое каждый выполняет эту работу отдельно.

9. Найдите все значения параметра  $b$ , при каждом из которых для любого  $a$  неравенство  $(x - a - 2b)^2 + (y - 3a - b)^2 < 1/2$  имеет хотя бы одно целочисленное решение  $(x; y)$ .

**10.** Найдите все значения  $a$ , при которых система уравнений 
$$\begin{cases} \sqrt{|y+3|} = 1 - \sqrt{5|x|}, \\ 16a - 9 - 6y = 25x^2 + y^2 \end{cases}$$
 имеет ровно четыре корня.

**11.** Найдите все значения  $p$ , при которых множество значений функции  $f(x) = \frac{3x+p}{x^2+5x+7}$  содержит полуинтервал  $(-1; 3]$ . Определите при каждом таком  $p$  множество значений функции  $f$ .

**12.** Найдите все значения  $a$ , для каждого из которых неравенство  $ax^2 - 4x + 3a + 1 > 0$  выполняется для всех  $x$ .

**13.** Найдите все значения  $a$ , для каждого из которых неравенство  $ax^2 - 4x + 3a + 1 > 0$  выполняется для всех  $x > 0$ .

**14.** Найдите все значения  $a$ , для каждого из которых неравенство  $ax^2 - 4x + 3a + 1 > 0$  выполняется для всех  $x < 0$ .

**15.** Найдите все значения  $a$ , для каждого из которых неравенство  $ax^2 - 4x + 3a + 1 > 0$  выполняется для всех  $-1 < x < 0$ .

**16.** Найдите все значения  $p$ , при каждом из которых для любого  $q$  система 
$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 1, \\ y = q|x| + p \end{cases}$$
 имеет решения.

**17.** Найдите все значения  $p$ , при каждом из которых найдется  $q$  такое, что система 
$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 1, \\ y = q|x| + p \end{cases}$$
 имеет единственное решение.

**18.** Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых неравенство 
$$\left| \frac{x^2 - ax + 1}{x^2 + x + 1} \right| < 3$$
 выполняется для всех  $x$ .

**19.** Найдите все целые  $a$  и  $b$ , для которых один из корней уравнения  $3x^2 + ax^2 + bx + 12 = 0$  равен  $1 + \sqrt{3}$ .

**20.** При всех  $a$  решите уравнение  $x - \sqrt{a - x^2} = 1$ .

**21.** Выполнив замену переменного  $t = x^2 - 6x + 5$ , найдите все значения  $a$ , при каждом из которых уравнение  $|x^2 - 6x + 8| + |x^2 - 6x + 5| = a$  имеет ровно три корня.

**22.** Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых уравнение  $(a + 4x - x^2 - 1)(a + 1 - |x - 2|) = 0$  имеет ровно три различных корня.

**23.** Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых система  $\begin{cases} y - x^2 = a, \\ x - y^2 = a \end{cases}$  имеет ровно два решения.

**24.** Найдите все значения  $a$ , такие, что наименьшее значение функции  $|x^2 - (1 + a)x + a| + (a - 1)|x + 1|$  меньше 2.

**25.** Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых уравнение  $x^{10} + (a - 2|x|)^2 + x^2 - 2|x| + a = 0$  имеет более трёх различных решений.

**26.** Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых уравнение  $1 = |x - 3| - |2x + a|$  имеет единственное решение.

**27.** Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых из неравенств  $0 \leq x \leq 1$  следует неравенство  $(a^2 + a - 2)x^2 - (a + 5)x - 2 \leq 0$ .

**28.** Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых функция  $f(x) = x^2 + 4x + \left|x^2 - \frac{3}{2}x - 1\right| - a$  принимает только неотрицательные значения.

**29.** Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых уравнение  $3x + |2x + |a - x|| = 7|x + 2|$  имеет хотя бы один корень.

**30.** Найдите все такие  $a$ , что наименьшее значение функции  $f(x) = 4|x - a| + |x^2 + 2x - 3|$  меньше 4.

### Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

Организуя свою учебную работу, студенты должны:

*Во-первых*, выявить рекомендуемый режим и характер учебной работы по изучению теоретического курса, практическому применению

изученного материала, по выполнению заданий для самостоятельной работы, по использованию информационных технологий и т.д.

*Во-вторых*, ознакомиться с указанным в методическом материале по дисциплине перечнем учебно-методических изданий, рекомендуемых студентам для подготовки к занятиям и выполнения самостоятельной работы, а также с методическими материалами на бумажных и/или электронных носителях, выпущенных кафедрой своими силами и предоставляемые студентам во время занятий.

Самостоятельная работа студентов, предусмотренная учебным планом должна соответствовать более глубокому усвоению изучаемого курса, формировать навыки исследовательской работы и ориентировать студентов на умение применять теоретические знания на практике.

**1. Работа с учебными пособиями.** Для полноценного усвоения курса студент должен, прежде всего, овладеть основными понятиями этой дисциплины. Необходимо усвоить определения и понятия, уметь приводить их точные формулировки, приводить примеры объектов, удовлетворяющих этому определению. Кроме того, необходимо знать круг фактов, связанных с данным понятием. Требуется также знать связи между понятиями, уметь устанавливать соотношения между классами объектов, описываемых различными понятиями.

**2. Самостоятельное изучение тем.** Самостоятельная работа студента является важным видом деятельности, позволяющим хорошо усвоить изучаемый предмет и одним из условий достижения необходимого качества подготовки и профессиональной переподготовки специалистов. Она предполагает самостоятельное изучение студентом рекомендованной учебно-методической литературы, различных справочных материалов, написание рефератов, выступление с докладом, подготовку к лекционным и практическим занятиям, подготовку к зачёту и экзамену.

**3. Подготовка к практическим занятиям.** При подготовке к практическим занятиям студентам рекомендуется следовать методическим рекомендациям по работе с учебными пособиями, приведенным выше.

**4. Составление глоссария.** В глоссарий должны быть включены основные понятия, которые студенты изучают в ходе самостоятельной работы. Для полноты исследования рекомендуется вписывать в глоссарий и те термины, которые студентам будут раскрыты в ходе лекционных занятий.

**5. Составление конспектов.** В конспекте отражены основные понятия темы. Для наглядности и удобства запоминания использованы схемы и таблицы.

**6. Подготовка к экзамену.** При подготовке к экзамену студенты должны использовать как самостоятельно подготовленные конспекты, так и материалы, полученные в ходе занятий.

Качество усвоения студентом каждой дисциплины оценивается по 100-балльной шкале.

Интегральная рейтинговая оценка (балл) по каждому модулю (периоду обучения) складывается из оценки текущей работы обучающихся на занятиях семинарского типа (семинары, практические занятия, практикумы, лабораторные работы, коллоквиумы и иные аналогичные занятия), оценки индивидуальной работы обучающихся и оценки за выполнение заданий рейтингового контроля успеваемости. При этом доля баллов, выделенных на рейтинговый контроль не должна превышать 50% общей суммы баллов данного модуля (периода обучения).

Максимальная сумма рейтинговых баллов по учебной дисциплине, заканчивающейся экзаменом, по итогам семестра составляет 60.

Обучающемуся, набравшему 40-54 балла, при подведении итогов семестра (на последнем занятии по дисциплине) в рейтинговой ведомости учета успеваемости и зачетной книжке может быть выставлена оценка «удовлетворительно».

Обучающемуся, набравшему 55-57 баллов, при подведении итогов семестра (на последнем занятии по дисциплине) в графе рейтинговой ведомости учета успеваемости «Премияльные баллы» может быть добавлено 15 баллов и выставлена экзаменационная оценка «хорошо».

Обучающемуся, набравшему 58-60 баллов, при подведении итогов семестра (на последнем занятии по дисциплине) в графе рейтинговой ведомости учета успеваемости «Премияльные баллы» может быть добавлено 27 баллов и выставлена экзаменационная оценка «отлично».

В каких-либо иных случаях добавление премиальных баллов не допускается.

Обучающийся, набравший до 39 баллов включительно, сдает экзамен. При наличии подтвержденных документально уважительных причин, по которым были пропущены занятия (длительная болезнь, обучение в другом вузе в рамках академической мобильности и др.), обучающийся имеет право отработать пропущенные занятия и получить дополнительные баллы в рамках установленных баллов за модуль. Сроки и порядок отработки определяет преподаватель. Баллы выставляются в графе «отработка».

Ответ обучающегося на экзамене оценивается суммой до 40 рейтинговых баллов. Итоговая оценка складывается из суммы баллов, полученных за семестр, и баллов, полученных на экзамене. Обучающемуся, который сдает экзамен, премиальные баллы не начисляются.

Согласно подходам балльно-рейтинговой системы в рамках оценки знаний, умений, владений (умений применять) и (или) опыта деятельности дисциплины установлены следующие аспекты:

- Содержание учебной дисциплины в рамках одного семестра делится на два модуля (периода обучения). По окончании модуля (периода обучения) осуществляется рейтинговый контроль успеваемости знаний студентов.

- Сроки проведения рейтингового контроля:

*осенний семестр* – I рейтинговый контроль успеваемости проводится согласно графику учебного процесса, II рейтинговый контроль успеваемости - две последние недели фактического завершения семестра по графику учебного процесса;

*весенний семестр* – I рейтинговый контроль успеваемости проводится согласно графику учебного процесса, II рейтинговый контроль успеваемости - две последние недели фактического завершения семестра по графику учебного процесса.

## VII. Материально-техническое обеспечение дисциплины

Наименование специальных* помещений и помещений для самостоятельной работы	Оснащенность специальных помещений и помещений для самостоятельной работы	Перечень лицензионного программного обеспечения. Реквизиты подтверждающего документа
<p>Учебная аудитория для проведения занятий лекционного типа, занятий семинарского типа, курсового проектирования (выполнения курсовых работ), групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации, учебная аудитория: № 312 (170002 Тверская обл., г. Тверь, пер. Садовый, д. 35)</p>	<p>Комплект учебной мебели, интерактивная система</p>	<p>Google Chrome – бесплатно Kaspersky Endpoint Security 10 для Windows – Акт на передачу прав ПК545 от 16.12.2022 Lazarus – бесплатно OpenOffice – бесплатно Многофункциональный редактор ONLYOFFICE бесплатное ПО – бесплатно ОС Linux Ubuntu бесплатное ПО – бесплатно</p>
<p>Учебная аудитория для проведения занятий лекционного типа, занятий семинарского типа, курсового проектирования (выполнения курсовых работ), групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации, учебная аудитория: № 213</p>	<p>Комплект учебной мебели, компьютер (системный блок, монитор, клавиатура, мышь) 10 шт., коммутатор, мультимедийный комплект учебного класса, экран настенный.</p>	<p>Adobe Acrobat Reader DC - Russian – бесплатно Cadence SPB/OrCAD 16.6 – Государственный контракт на поставку лицензионных программных продуктов 103 - ГК/09 от 15.06.2009 Git version 2.5.2.2 – бесплатно Google Chrome – бесплатно Kaspersky Endpoint Security 10 для Windows – Акт на передачу прав ПК545 от 16.12.2022</p>

<p>(170002 Тверская обл., г. Тверь, пер. Садовый, д. 35)</p>		<p>Lazarus 1.4.0 – бесплатно  Mathcad 15 M010 – Акт предоставления прав ИС00000027 от 16.09.2011;  MATLAB R2012b – Акт предоставления прав № Us000311 от 25.09.2012;  Многофункциональный редактор ONLYOFFICE бесплатное ПО – бесплатно  ОС Linux Ubuntu бесплатное ПО – бесплатно  Microsoft Web Deploy 3.5 – бесплатно  MiKTeX 2.9 – бесплатно  MSXML 4.0 SP2 Parser and SDK – бесплатно  MySQL Workbench 6.3 CE – бесплатно  NetBeans IDE 8.0.2 – бесплатно  Notepad++ – бесплатно  Origin 8.1 Sr2 – договор №13918/M41 от 24.09.2009 с ЗАО «СофтЛайн Трейд»;  PostgreSQL 9.6 – бесплатно  Python 3.4.3 – бесплатно  Visual Studio 2010 Prerequisites - English – Акт на передачу прав №785 от 06.08.2021 г.  WCF RIA Services V1.0 SP2 – бесплатно  WinDjView 2.1 – бесплатно  WinPcap 4.1.3 – бесплатно  Wireshark 2.0.0 (64-bit) – бесплатно  R studio – бесплатно</p>
--	--	--

### VIII. Сведения об обновлении рабочей программы дисциплины

№ п.п.	Обновленный раздел рабочей программы дисциплины	Описание внесенных изменений	Дата и № протокола заседания кафедры / методического совета факультета, утвердившего изменения
1.	V. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины	1) Рекомендуемая литература – актуализация списка	Решение научно-методического совета математического факультета (протокол

			№1 от 20.09.2022 г.)
2.	V. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины	1) Рекомендуемая литература – актуализация списка	Решение научно-методического совета математического факультета (протокол №1 от 19.09.2023 г.)