

Документ подписан простой электронной подписью  
Информация о владельце:  
ФИО: Смирнов Сергей Николаевич  
Должность: врио ректора  
Дата подписания: 10.08.2023 16:07:18  
Уникальный программный ключ:  
69e375c64f7e975d4e8830e7b4fcc2ad1bf55f08

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации  
ФГБОУ ВО «Тверской государственный университет»

Утверждаю:

Руководитель ООП



*[Handwritten signature]*

Б.Б.Педько

« 30 »

мая

2023 г.

Рабочая программа дисциплины (с аннотацией)  
**Теория вероятностей и математическая статистика**

Направление подготовки

03.03.02 Физика

профиль

Физика конденсированного состояния вещества

Для студентов

1 курса, очной формы обучения

Составитель: д.ф.-м.н., профессор Пастушенков Ю.Г.

*[Handwritten signature]*

Тверь, 2023

## **I. Аннотация**

### **1. Цель и задачи дисциплины**

**Целью** дисциплины «Теория вероятностей и математическая статистика» является формирование понимания роли вероятностных процессов в жизни и деятельности человека, освоение ее основных понятий и идей, развитие способности использовать в профессиональной деятельности базовые знания фундаментальных разделов математики, создавать математические модели типовых профессиональных задач и интерпретировать полученные результаты с учетом границ применимости моделей.

Задачами освоения дисциплины является:

- изучение основ теории вероятностей и математической статистики;
- овладение навыками использования теории вероятностей и методов математической статистики для решения научных и практических задач.
- развитие логического и алгоритмического мышления обучающихся.

### **2. Место дисциплины в структуре ООП**

Дисциплина «Теория вероятностей и математическая статистика» изучается в модуле Математика Блока 1. Дисциплины обязательной части учебного плана ООП 03.03.02 Физика.

Дисциплина изучается во 2 семестре и направлена на формирование основных понятий и навыков анализа явлений и процессов в условиях неопределенности. Для успешного освоения дисциплины обучающимся необходимы базовые знания математики в пределах курса общеобразовательной школы, а также понятия, и методы анализа изучаемые в 1 семестре по курсу «Математический анализ».

Дисциплина «Теория вероятностей и математическая статистика» формирует компетенции, необходимые для изучения следующих дисциплин: «Молекулярная физика», «Физический практикум по молекулярной физике», «Методы математической физики», «Термодинамика и статистическая физика».

**3. Объем дисциплины:** 4 зачетных единиц, 144 академических часа, **в том числе:**

**контактная аудиторная работа:** лекции 36 часов, практические занятия 36 часов;

**самостоятельная работа:** 45 часа, в том числе контроль 27 часов.

**4. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы**

| Планируемые результаты освоения образовательной программы (формируемые компетенции)   | Планируемые результаты обучения по дисциплине   |
|---|---|
| УК-1. Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач            | УК-1.1. Анализирует задачу, выделяя ее базовые составляющие;<br>УК-1.2. Определяет, интерпретирует и ранжирует информацию, требуемую для решения поставленной задачи.<br>УК-1.5. Рассматривает и предлагает возможные варианты решения поставленной задачи, оценивая их достоинства и недостатки. |
| ОПК-1. Способен применять базовые знания в области физико-математических и (или) естественных наук в сфере своей профессиональной деятельности. | ОПК-1.2. Применяет знания в области физико-математических наук при решении практических задач в сфере профессиональной деятельности.  |

**5. Форма промежуточной аттестации и семестр прохождения**

Экзамен во 2 семестре.

**6. Язык преподавания:** русский.

**II. Содержание дисциплины, структурированное по темам с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий**

| Учебная программа – наименование разделов и тем   | Всего (час.) | Контактная работа (час.) |                                     | Самостоятельная работа (час.) |
|---|--------------|--------------------------|-------------------------------------|-------------------------------|
|   |              | Лекции                   | Практические (лабораторные) занятия |                               |
| <p><b>1. Случайные события.</b> Операции над событиями и отношения между ними. Алгебра событий. Аксиоматическое, классическое и статистическое определения вероятности. Теорема сложения вероятностей. Условная вероятность. Независимость событий. Теорема умножения вероятностей. Формула полной вероятности. Формула Байеса. Повторные независимые испытания. Схема Бернулли. Предельные теоремы в схеме Бернулли: формула Пуассона, интегральная и локальная теоремы Муавра-Лапласа. Вероятность отклонения относительной частоты от постоянной вероятности в независимых испытаниях.</p>   | 24           | 10                       | 5                                   | 9                             |
| <p><b>2. Случайные величины.</b> Закон распределения случайной величины. Дискретная и непрерывная случайная величина. Функция распределения случайной величины и ее свойства. Плотность распределения вероятностей непрерывной случайной величины. Основные законы распределения дискретных случайных величин. Основные законы распределения непрерывной случайной величины. Вероятность попадания случайной величины в заданный интервал. Правило «трех сигм». Числовые характеристики случайных величин. Математическое ожидание и дисперсия. Их свойства. Среднее квадратическое отклонение. Мода и медиана. Характеристики формы распределения случайных величин: асимметрия, эксцесс. Предельные теоремы теории вероятностей. Закон больших чисел. Неравенство Чебышева. Теорема Чебышева.</p> | 24           | 10                       | 5                                   | 9                             |

|  |    |    |    |    |
|--|----|----|----|----|
| Теорема Бернулли. Центральная предельная теорема.  |    |    |    |    |
| <b>3. Математическая статистика.</b> Генеральная совокупность и выборка. Статистическое распределение выборки. Полигон и гистограмма. Эмпирическая функция распределения. Основные характеристики выборки: среднее арифметическое наблюдаемых значений выборки, статистическая дисперсия, среднее квадратическое отклонение. Основные законы распределения, используемые в математической статистике. Статистическое оценивание параметров распределения. Точечные оценки. Классификация точечных оценок. Оценка математического ожидания и дисперсии случайной величины. Интервальные оценки параметров распределения. Доверительные интервалы для оценки математического ожидания нормально распределенной случайной величины. Доверительные интервалы для оценки дисперсии и среднего квадратического отклонения нормально распределенной случайной величины. Статистические гипотезы. Проверка статистических гипотез. | 24 | 10 | 5  | 9  |
| <b>ИТОГО</b>   | 72 | 30 | 15 | 27 |

### **III. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине**

1. Методические рекомендации по самостоятельной работе студентов.
2. Задания для самостоятельной работы.

### **IV. Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине**

Наряду с другими дисциплинами учебного плана дисциплина «Теория вероятностей и математическая статистика» участвует в формировании общепрофессиональной компетенции ОПК-2: «Способность использовать в профессиональной деятельности базовые знания фундаментальных разделов математики, создавать математические модели типовых профессиональных

задач и интерпретировать полученные результаты с учетом границ применимости моделей».

*Форма проведения зачета:* студенты, освоившие программу курса могут получить зачет по итогам семестровой и полусеместровой рейтинговой аттестации согласно «Положению о рейтинговой системе обучения ТвГУ» (протокол №8 от 30 апреля 2020 г.).

На полусеместровой аттестации используются тестовые вопросы и задания для проверки категорий знать и уметь (20 тестовых вопросов и заданий). На семестровой аттестации – (2 вопроса по теории и задача).

Если условия «Положения о рейтинговой системе ...» не выполнены, то зачет сдается согласно «Положению о промежуточной аттестации (экзаменах и зачетах) обучающихся по программам высшего образования ТвГУ» (протокол №11 от 28 апреля 2021 г.)

**1. Типовые контрольные задания для проверки уровня сформированности компетенции ОПК-2 «Способность использовать в профессиональной деятельности базовые знания фундаментальных разделов математики, создавать математические модели типовых профессиональных задач и интерпретировать полученные результаты с учетом границ применимости моделей».**

| <b>Этап формирования компетенции, в котором участвует дисциплина</b> | <b>Типовые контрольные задания для оценки знаний, умений, навыков (2-3 примера)</b> | <b>Показатели и критерии оценивания компетенции, шкала оценивания</b>  |
|--|---|--|
| <b>Уметь</b><br>начальный  | Задачи 1.34 – 1.36 из раздела VII рабочей программы                                 | умение вычислять вероятности случайных событий;  |
| промежуточный  | Задачи 1.59 – 1.60 из раздела VII рабочей программы                                 | умение применять наиболее важные законы распределения случайных величин и определять их числовые характеристики; |
| <b>Знать</b><br>Начальный  | Задачи 1.1, 1.8, 1.16, 2.28-2.29 из раздела VII                                     | знание основных понятий теории   |

|               |  |   |
|---------------|--|---|
|               | рабочей программы  | вероятностей и математической статистики  |
| Промежуточный | Задачи 1.15 – 1.17, 1.50, 2.17, 2.18 из раздела VII рабочей программы. | знание основных теорем и законов распределения случайных величин, используемых в теории вероятностей и математической статистике. |

## **V. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины**

### **а) Основная литература:**

1. Дерр, В. Я. Теория вероятностей и математическая статистика : учебное пособие для вузов / В. Я. Дерр. — Санкт-Петербург : Лань, 2021. — 596 с. — ISBN 978-5-8114-6515-6. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/159475>. — Режим доступа: для авториз. пользователей.
2. Балдин К. В. Теория вероятностей и математическая статистика: учебник. - М.: Издательско-торговая корпорация «Дашков и К°», 2016. - 472 с. - [Электронный ресурс]. — Режим доступа: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=453249>
3. Белько И. В. Теория вероятностей, математическая статистика, математическое программирование: Учебное пособие. - М.: НИЦ ИНФРА-М, Нов. знание, 2016. - [Электронный ресурс]. — Режим доступа: <http://znanium.com/catalog.php?bookinfo=542521>
4. Ганичева, А. В. Теория вероятностей : учебное пособие / А. В. Ганичева. — Санкт-Петербург : Лань, 2021. — 144 с. — ISBN 978-5-8114-2380-4. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/167356>. — Режим доступа: для авториз. пользователей.

### **б) Дополнительная литература:**

1. Симушкин, С. В. Методы теории вероятностей : учебное пособие / С. В. Симушкин. — Санкт-Петербург : Лань, 2020. — 548 с. — ISBN 978-5-8114-3442-8. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/110911>. — Режим доступа: для авториз. пользователей.

2. Горлач Б. А. Теория вероятностей и математическая статистика [Электронный ресурс]: учеб. пособие. — СПб.: Лань, 2013. — 320 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/4864>.
3. Емельянов Г. В. Задачник по теории вероятностей и математической статистике [Электронный ресурс]: учеб. пособие. — СПб.: Лань, 2007. — 336 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/141>.

## **VI. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины**

Программное обеспечение, информационные справочные системы и Интернет-ресурсы физико-технического факультета:

1. Научная библиотека ТвГУ: <http://library.tversu.ru/>
2. Электронная библиотека издательства Лань: <http://e.lanbook.com/>
3. Университетская библиотека ONLINE: <http://www.biblioclub.ru/>
4. Сайт издательского дома ЮРАЙТ: <http://www.biblio-online.ru/>

## **VII. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины**

### *1) Вопросы для самостоятельной работы и подготовки к зачету*

1. События. Операции над событиями. Алгебра событий. Аксиоматическое, классическое и статистическое определения вероятности. Свойства вероятности.
2. Теорема сложения вероятностей. Условная вероятность. Независимость событий. Теорема умножения вероятностей.
3. Формула полной вероятности. Формула Байеса.
4. Повторные независимые испытания. Схема (формула) Бернулли.
5. Теорема (формула) Пуассона.
6. Интегральная и локальная теоремы Муавра-Лапласа.
7. Случайные величины. Закон распределения случайной величины. Дискретная и непрерывная случайные величины. Функция распределения случайной величины и ее свойства.
8. Плотность распределения вероятностей непрерывной случайной величины и ее свойства.
9. Основные законы распределения дискретных случайных величин: равномерное распределение, гипергеометрическое распределение, распределение Пуассона, биномиальное распределение.



10. Основные законы распределения непрерывных случайных величин: равномерное распределение, показательное (экспоненциальное) распределение, нормальное распределение (распределение Гаусса).
11. Формула для определения вероятности попадания случайной величины в заданный интервал. Правило «трех сигм».
12. Многомерные случайные величины. Условные распределения для системы дискретных случайных величин. Плотность распределения и условные распределения составляющих непрерывных случайных величин.
13. Математическое ожидание и его свойства.
14. Дисперсия и ее свойства. Среднее квадратическое отклонение.
15. Начальные и центральные моменты случайных величин.
16. Характеристики формы распределения случайных величин: асимметрия, эксцесс.
17. Ковариация как характеристика меры связи случайных величин. Свойства ковариации.
18. Коэффициент корреляции. Теоремы о свойствах коэффициента корреляции.
19. Предельные теоремы теории вероятностей. Закон больших чисел. Неравенство Чебышева. Теорема Чебышева. Теорема Бернулли. Центральная предельная теорема. Характеристическая функция.
20. Случайные процессы. Конечные однородные цепи Маркова. Матрица перехода.
21. Генеральная совокупность и выборка. Статистическое распределение выборки. Полигон и гистограмма.
22. Эмпирическая функция распределения.
23. Основные характеристики выборки: среднее арифметическое наблюдаемых значений выборки (выборочная средняя), статистическая дисперсия, среднее квадратическое отклонение.
24. Основные законы распределения, используемые в математической статистике: распределение Пирсона, распределение Стьюдента, распределение Фишера.
25. Статистическое оценивание параметров распределения. Точечные оценки. Классификация точечных оценок. Оценка математического ожидания и дисперсии случайной величины. Несмещенные оценки математического ожидания и дисперсии.
26. Методы получения оценок. Метод моментов. Метод максимального правдоподобия.

27. Интервальные оценки параметров распределения. Доверительные интервалы для оценки математического ожидания нормально распределенной случайной величины при различных условиях.

28. Доверительные интервалы для оценки дисперсии и среднего квадратического отклонения нормально распределенной случайной величины.

29. Статистические гипотезы. Проверка статистических гипотез. Сравнение двух дисперсий нормально распределенных генеральных совокупностей.

30. Проверка статистических гипотез. Сравнение выборочной средней с гипотетической средней нормально распределенной генеральной совокупности.

## 2) Требования к рейтинг-контролю.

### 1 модуль

В 1 модуль входит тема 1 (Случайные события). Максимальная сумма баллов в 1 модуле - 50 баллов, из них 25 баллов отводится на текущий контроль учебной работы студента, 25 баллов на рубежный контроль по модулю.

Текущая работа студента складывается из домашнего контрольного задания, ответов у доски, активной работы на занятиях.

Рубежный контроль по модулю проводится в форме контрольной работы.

Примерный перечень вопросов и заданий для проведения текущего и рубежного контроля.

- 1.1. Образуют ли полную группу следующие события. Опыт — бросание монеты; события:  $A_1$  — появление герба;  $A_2$  — появление цифры.
- 1.2. Образуют ли полную группу следующие события: Опыт — два выстрела по мишени; события:  $A_0$  — ни одного попадания;  $A_1$  — одно попадание;  $A_2$  — два попадания.
- 1.3. Являются ли несовместными следующие события: Опыт — бросание двух монет; события:  $B_1$  — появление герба на первой монете;  $B_2$  — появление цифры на второй монете.
- 1.4. Являются ли равновозможными следующие события: Опыт — бросание симметричной монеты; события:  $A_1$  — появление герба;  $A_2$  — появление цифры.
- 1.5. Являются ли равновозможными следующие события: Опыт — выстрел по мишени; события:  $C_1$  — попадание;  $C_2$  — промах.

- 1.6. Являются ли равновероятными следующие события: Опыт — бросание игральной кости; события:  $F_1$ —появление не менее трех очков;  $F_2$ —появление не более четырех очков?
- 1.7. Сколько трехзначных чисел можно составить из цифр 1, 2, 3, если каждая цифра входит в изображение числа только один раз?
- 1.8. Набирая номер телефона, абонент забыл последние две цифры и, помня лишь, что эти цифры различны, набрал их наудачу. Найти вероятность того, что набраны нужные цифры.
- 1.9. Сколькими способами можно выбрать две детали из ящика, содержащего 10 деталей?
- 1.10. В коробке шесть одинаковых, пронумерованных кубиков. Наудачу по одному извлекают все кубики. Найти вероятность того, что номера извлеченных кубиков появятся в возрастающем порядке.
- 1.11. Сколько можно составить сигналов из 6 флажков различного цвета, взятых по 3?
- 1.12. Сколько можно приготовить стаканчиков с двумя различными шариками мороженого, если всего доступно 5 сортов мороженого?
- 1.13. Задумано двузначное число. Найти вероятность того, что задуманным числом окажется случайно названное двузначное число.
- 1.14. Игральная кость бросается два раза. Найти вероятность  $P$  того, что оба раза появится одинаковое число очков.
- 1.15. Набирая номер телефона, абонент забыл последние три цифры и, помня лишь, что эти цифры различны, набрал их наудачу. Найти вероятность того, что набраны нужные цифры.
- 1.16. В урне  $a$  белых и  $b$  черных шаров. Из урны вынимают один шар и откладывают в сторону. Этот шар оказался белым. После этого из урны берут еще один шар. Найти вероятность того, что этот шар тоже будет белым.
- 1.17. В урне  $a$  белых и  $b$  черных шаров. Из урны вынули один шар и, не глядя, отложили в сторону. После этого из урны взяли еще один шар. Он оказался белым. Найти вероятность того, что первый шар, отложенный в сторону,— тоже белый.
- 1.18. Производится три выстрела по одной и той же мишени. Вероятности попадания при первом, втором и, третьем выстрелах равны соответственно  $p_1 = 0,5$ ;  $p_2 = 0,6$ ;  $p_3 = 0,7$ . Найти вероятность того, что в результате этих трех выстрелов в мишени будет ровно одна пробоина.
- 1.19. Найти вероятность совместного появления герба при одном бросании двух монет.
- 1.20. Круговая мишень состоит из трех зон: I, II и III. Вероятность попадания в первую зону при одном выстреле 0,1, во вторую 0,2, в третью 0,3. Найти вероятность промаха.
- 1.21. Брошены две игральные кости. Найти вероятность события: сумма выпавших очков равна восьми, а разность — четырем.

- 1.22. Игрок в шахматы хочет поставить в ряд две белые и четыре черные пешки. Сколькими способами это можно сделать?
- 1.23. Задумано двузначное число. Найти вероятность того, что задуманным числом окажется случайно названное двузначное число, цифры которого различны.
- 1.24. Из урны, в которой находятся 5 черных и 9 белых шаров, вынимают одновременно 2 шара. Определить вероятность того, что оба шара будут черными.
- 1.25. В группе 12 студентов, среди которых 8 отличников. По списку наудачу отобраны 9 студентов. Найти вероятность того, что среди отобранных студентов пять отличников.
- 1.26. В ящике имеется 15 деталей, среди которых 10 окрашенных. Сборщик наудачу извлекает три детали. Найти вероятность того, что извлеченные детали окажутся окрашенными.
- 1.27. При испытании партии приборов относительная частота годных приборов оказалась равной 0,9. Найти число годных приборов, если всего было проверено 200 приборов.
- 1.28. В партии из 14 деталей имеется 8 стандартных. Наудачу отобраны четыре детали. Найти вероятность того, что среди отобранных деталей две - стандартные.
- 1.29. По цели произведено 20 выстрелов, причем зарегистрировано 18 попаданий. Найти относительную частоту попаданий в цель.
- 1.30. Из орудия производится стрельба по цели до первого попадания. Вероятность попадания в цель  $p = 0,6$ . Найти вероятность того, что попадание произойдет при третьем выстреле.
- 1.31. На отрезок единичной длины наудачу поставлена точка. Определить вероятность того, что расстояние от точки до концов отрезка превосходит величину 0,3.
- 1.32. В урне лежат 12 шаров, среди которых 9 шаров белые. Наудачу по одному извлекают три шара без возвращения. Найти вероятность того, что все три шара будут белыми.
- 1.33. В урне 5 белых, 4 черных и 3 синих шара. Каждое испытание состоит в том, что наудачу извлекают один шар, не возвращая его обратно. Найти вероятность того, что при первом испытании появится белый шар (событие А), при втором — черный (событие В) и при третьем — синий (событие С).
- 1.34. Два стрелка независимо один от другого стреляют по одной мишени, делая каждый по одному выстрелу. Вероятность попадания в мишень первого стрелка 0,8, для второго 0,4. После стрельбы в мишени обнаружена одна пробоина. Найти вероятность того, что эта пробоина принадлежит первому стрелку.

- 1.35. Завод отправил на базу 5000 доброкачественных изделий. Вероятность того, что в пути изделие повредится, равно 0,0002. Найти вероятность того, что на базу придут 3 негодных изделия.
- 1.36. Вероятность того, что студент сдаст первый экзамен на «отлично», равна 0,2, второй - 0,7. Найти вероятность того, что студент сдаст на «отлично» хотя бы один экзамен.
- 1.37. Из урны, в которой находятся 8 белых и 9 черных шаров, вынимают наудачу один шар. Какова вероятность того, что этот шар будет белым?
- 1.38. Два предприятия производят разнотипную продукцию. Вероятности их банкротства в течение года равны 0,1 и 0,2 соответственно. Тогда вероятность того, что в течение года обанкротится только одно предприятие, равна...
- 1.39. В урну, в которой лежат 3 черных и 5 белых шаров, добавляют два белых шара. После этого наудачу по одному извлекают три шара без возвращения. Определить вероятность того, что все три шара будут белыми.
- 1.40. В круг радиусом  $R = 5$  см наудачу поставлена точка. Чему равна вероятность того, что расстояние от точки до окружности, ограничивающей этот круг, не превосходит 2 см?
- 1.41. Устройство состоит из трех элементов, работающих независимо. Вероятности безотказной работы этих элементов (в течение рабочего дня) равны соответственно 0,8, 0,6 и 0,7. Найти вероятность того, что в течение рабочего дня будет работать безотказно хотя бы один элемент.
- 1.42. На рисунке 1 изображены два события  $A$  и  $B$ . Рис.1  
Тогда заштрихованная часть представляет собой событие ...
- 1.43. С первого станка на сборку поступает 20%, со второго - 80% всех деталей. Среди деталей первого станка 90% стандартных, второго - 70%. Взятая наудачу деталь оказалась стандартной. Какова вероятность того, что эта деталь изготовлена на первом станке.
- 1.44. В урну, в которой лежат 3 черных и 5 белых шаров, добавляют два белых шара. После этого наудачу по одному извлекают три шара без возвращения. Найти вероятность того, что все три шара будут белыми.
- 1.45. В ящике содержатся 20 деталей, изготовленных на заводе № 1 и 30 деталей, изготовленных на заводе № 2. Вероятность того, что деталь, изготовленная на заводе № 1, отличного качества равна 0,75, а на заводе № 2 равна 0,85. Наудачу извлеченная деталь оказалась отличного качества. Найти вероятность того, что эта деталь изготовлена на заводе № 2.
- 1.46. Вероятность того, что расход электроэнергии в продолжение одних суток не превысит установленной нормы, равна  $p = 0,75$ . Найти вероятность того, что в ближайшие 6 суток расход электроэнергии в течение 4 суток не превысит нормы.

- 1.47. Имеются 3 урны, содержащие по 5 белых и 5 черных шаров; 5 урн, содержащих по 6 белых и 4 черных шара и 2 урны, содержащие по 4 белых и 6 черных шаров. Из наудачу взятой урны вытаскивается один шар. Какова вероятность того, что этот шар окажется белым.
- 1.48. Вероятность того, что деталь не стандартна,  $p=0,1$ . Найти вероятность того, что среди случайно отобранных 400 деталей относительная частота появления нестандартных деталей отклонится от вероятности  $p=0,1$  по абсолютной величине не более, чем на 0,03.
- 1.49. Дискретная случайная величина задана законом распределения вероятностей

|     |     |     |     |     |
|-----|-----|-----|-----|-----|
| $X$ | 1   | 2   | -1  | 0   |
| $p$ | 0,2 | 0,1 | 0,3 | 0,4 |

Записать ее функцию распределения вероятностей.

- 1.50. Даны две независимые дискретные случайные величины  $X$  и  $Y$ :

|     |     |     |
|-----|-----|-----|
| $X$ | 1   | 2   |
| $p$ | 0,5 | 0,5 |

|     |     |     |
|-----|-----|-----|
| $X$ | 3   | 4   |
| $q$ | 0,3 | 0,7 |

Запишите закон распределения вероятностей суммы  $X + Y$ .

- 1.51. Дискретная случайная величина задана законом распределения вероятностей

|     |     |     |     |     |
|-----|-----|-----|-----|-----|
| $X$ | 1   | 4   | 5   | 6   |
| $P$ | 0,3 | $a$ | $b$ | $c$ |

Тогда значения  $a$ ,  $b$  и  $c$  могут быть равны...

- 1.52. Дискретная случайная величина  $X$  задана законом распределения вероятностей:

|     |      |      |      |      |
|-----|------|------|------|------|
| $X$ | 9    | 10   | 11   | 12   |
| $P$ | 0,35 | 0,25 | 0,15 | 0,25 |

Найти вероятность  $P(10 \leq X \leq 12)$ .

- 1.53. Дискретная случайная величина  $X$  задана законом распределения вероятностей:

|     |      |     |      |      |
|-----|------|-----|------|------|
| $X$ | 7    | 9   | 11   | 13   |
| $P$ | 0,25 | 0,2 | 0,30 | 0,25 |

Тогда вероятность  $P(7 < X \leq 13)$  равна ...

- 1.54. Монета брошена 3 раза. Написать в виде таблицы закон распределения случайной величины  $X$  — числа выпадений «герба».

- 1.55. Дискретная случайная величина  $X$  задана законом распределения вероятностей:

|     |     |     |     |
|-----|-----|-----|-----|
| $X$ | 4   | 5   | 6   |
| $P$ | 0,1 | 0,3 | 0,6 |

Определить ее математическое ожидание.

1.56. Дискретная случайная величина  $X$  задана законом распределения вероятностей:

|     |     |     |
|-----|-----|-----|
| $X$ | 3   | 6   |
| $P$ | 0,2 | 0,8 |

Тогда ее дисперсия равна ...

1.57. Дискретная случайная величина  $X$  задана законом распределения вероятностей:

|     |     |     |
|-----|-----|-----|
| $X$ | 3   | 5   |
| $P$ | 0,8 | 0,2 |

Найти дисперсию случайной величины  $X$ .

1.58. Непрерывная случайная величина  $X$  задана плотностью распределения вероятностей:

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \leq 0, \\ \frac{x}{8} & \text{при } 0 < x \leq 4, \\ 0 & \text{при } x > 4. \end{cases}$$

Найти вероятность  $P(1 < X < 3)$ .

1.59. Непрерывная случайная величина  $X$  задана плотностью распределения вероятностей:

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \leq 0, \\ Cx^2 & \text{при } 0 < x \leq 8, \\ 0 & \text{при } x > 8. \end{cases}$$

Определить значение параметра  $C$ .

1.60. Непрерывная случайная величина  $X$  задана плотностью распределения вероятностей:

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \leq 0, \\ \frac{x^2}{25} & \text{при } 0 < x \leq 5, \\ 0 & \text{при } x > 5. \end{cases}$$

Найти ее функцию распределения вероятностей.

## 2 модуль

Во 2 модуль входят темы 2 (Случайные величины) и 3 (Математическая статистика). Максимальная сумма баллов во 2 модуле — 50, из них 25 баллов

отводится на текущий контроль учебной работы студента, 25 баллов на рубежный контроль по модулю.

Текущая работа студента складывается из домашнего контрольного задания, ответов у доски, активной работы на занятиях.

Рубежный контроль по модулю проводится в форме контрольной работы.

Примерный перечень вопросов и заданий для проведения текущего и рубежного контроля.

2.1. Задано распределение частот выборки объема  $n = 25$ :

|       |   |    |    |   |
|-------|---|----|----|---|
| $x_i$ | 2 | 6  | 12 | 7 |
| $n_i$ | 3 | 10 | 7  | 5 |

Написать распределение относительных частот.

2.2. Задано распределение частот выборки объема  $n = 50$ :

|       |   |    |    |    |
|-------|---|----|----|----|
| $x_i$ | 3 | 5  | 21 | 13 |
| $n_i$ | 6 | 20 | 14 | 10 |

Написать распределение относительных частот.

2.3. Пример. Построить эмпирическую функцию по данному распределению выборки:

|       |    |    |    |
|-------|----|----|----|
| $x_i$ | 5  | 10 | 15 |
| $n_i$ | 10 | 20 | 20 |

2.4. Пример. Построить эмпирическую функцию по данному распределению выборки:

|       |    |    |    |
|-------|----|----|----|
| $x_i$ | 3  | 5  | 11 |
| $n_i$ | 12 | 18 | 20 |

2.5. Построить полигон относительных частот распределения

|       |    |    |    |    |    |
|-------|----|----|----|----|----|
| $x_i$ | 1  | 3  | 5  | 7  | 9  |
| $n_i$ | 10 | 15 | 30 | 33 | 12 |

2.6. Построить гистограмму относительных частот распределения (в первом столбце указан частичный интервал, во втором — сумма частот вариант частичного интервала).

| Частичный интервал | Сумма частот |
|--------------------|--------------|
| 2 – 5              | 9            |
| 5 – 8              | 10           |
| 8 – 11             | 25           |
| 11 – 14            | 6            |

2.7. Выборочная совокупность задана таблицей распределения:

|       |    |    |    |   |
|-------|----|----|----|---|
| $x_i$ | 1  | 2  | 3  | 4 |
| $N_i$ | 20 | 15 | 10 | 5 |



Найти выборочную дисперсию.

2.8. Генеральная совокупность задана таблицей распределения:

|       |   |   |    |   |
|-------|---|---|----|---|
| $x_i$ | 2 | 4 | 5  | 6 |
| $N_i$ | 8 | 9 | 10 | 3 |

Найти генеральную дисперсию.

2.9. Найти групповые дисперсии совокупности, состоящей из двух групп.

| Группа            | первая           |   |   | Вторая           |   |   |
|-------------------|------------------|---|---|------------------|---|---|
| Значение признака | 2                | 4 | 5 | 3                | 8 | 1 |
| Частота           | 1                | 7 | 2 | 2                | 3 | 5 |
| Объем             | $N_1 = 1+7+2=10$ |   |   | $N_2 = 2+3+5=10$ |   |   |

2.10. Найти межгрупповую дисперсию по данным задачи 2.9.

2.11. Найти внутригрупповую дисперсию совокупности, состоящей из двух групп, по данным задачи 2.9.

2.12. Найти общую дисперсию по данным задачи 2.9.

2.13. Случайная величина  $X$  имеет нормальное распределение с известным средним квадратическим отклонением  $\sigma = 3$ . Найти доверительные интервалы для оценки неизвестного математического ожидания  $a$  по выборочным средним  $\bar{x}$ , если объем выборки  $n = 36$ , заданная надежность оценки  $\gamma = 0,95$ , а  $\bar{x} = 5$ .

2.14. Количественный признак  $X$  генеральной совокупности распределен нормально. По выборке объема  $n=16$  найдены выборочная средняя  $\bar{x}=20,2$  и «исправленное» среднее квадратическое отклонение  $s = 0,8$ . Оценить неизвестное математическое ожидание при помощи доверительного интервала с надежностью  $0,95$ .

2.15. По данным девяти независимых равноточных измерений физической величины найдены среднее арифметическое результатов отдельных измерений  $\bar{x} = 42,319$  и «исправленное» среднее квадратическое отклонение  $s = 5,0$ . Требуется оценить истинное значение измеряемой величины с надежностью  $\gamma = 0,95$ .

2.16. По данным 16 независимых равноточных измерений физической величины найдены среднее арифметическое результатов отдельных измерений  $\bar{x} = 35,45$  и «исправленное» среднее квадратическое отклонение  $s = 4,0$ . Требуется оценить истинное значение измеряемой величины с надежностью  $\gamma = 0,95$ .

2.17. Проведено 8 измерений (без систематических ошибок) некоторой случайной величины (в мм): 22, 23, 25, 27, 29, 30, 28, 26.

Определить несмещенную оценку математического ожидания.

2.18. В результате измерений некоторой физической величины одним прибором (без систематических ошибок) получены следующие результаты (в мм): 13, 15, 17. Определить несмещенную оценку дисперсии.

2.19. Из генеральной совокупности извлечена выборка объема  $n = 50$  :

|       |    |    |    |    |
|-------|----|----|----|----|
| $x_i$ | 12 | 15 | 16 | 20 |
| $n_i$ | 10 | 20 | 15 | 5  |

Определить несмещенную оценку математического ожидания

2.20. В итоге пяти измерений длины стержня одним прибором (без систематических ошибок) получены следующие результаты (в мм): 82, 84, 93, 95, 96.

Найти: а) выборочную среднюю длину стержня; б) выборочную и исправленную дисперсию ошибок прибора.

2.21. Найти исправленную выборочную дисперсию по данному распределению выборки объема  $n = 10$ :

|       |     |     |     |
|-------|-----|-----|-----|
| $x_i$ | 102 | 104 | 108 |
| $n_i$ | 2   | 3   | 5   |

2.22. Дана интервальная оценка (12,375;13,355) математического ожидания нормального распределенного количественного признака. Какова точность этой оценки?

2.23. По выборке объема  $n = 26$  найдена смещенная оценка  $D_B = 3,5$  генеральной дисперсии. Найти несмещенную оценку дисперсии генеральной совокупности.

2.24. Основная гипотеза имеет вид  $H_0 : p = 0,7$ . Тогда конкурирующей может являться гипотеза...

2.25. Соотношением вида  $P(K < 3,07) = 0.05$  можно определить...

2.26. По двум независимым выборкам, объемы которых соответственно равны  $n_1 = 9$  и  $n_2 = 17$ , извлеченным из нормальных генеральных совокупностей  $X$  и  $Y$ , найдены исправленные выборочные дисперсии  $s_X^2 = 1,35$  и  $s_Y^2 = 0,45$ . При уровне значимости  $\alpha = 0,1$  проверить нулевую гипотезу о равенстве генеральных дисперсий при конкурирующей гипотезе  $H_1: D(X) \neq D(Y)$ .

2.27. Найти дисперсию и среднее квадратическое отклонение случайной величины  $X$ , распределенной равномерно в интервале  $(a, b)$ .

2.28. Точечная оценка математического ожидания нормального распределенного количественного признака равна 24,53. Тогда его интервальная оценка может иметь вид:

(24,01; 25,03); (24,02; 25,07); (24,01; 25,05); (24,01; 25,04).

2.29. Дана интервальная оценка (7.88; 8.92) математического ожидания нормального распределенного количественного признака. Определить точечную оценку математического ожидания.

- 2.30. Соотношением вида  $P(K > 3,05) = 0.05$  можно определить...
- 2.31. По двум независимым выборкам объемов  $n_1 = 13$  и  $n_2 = 17$ , извлеченным из нормальных генеральных совокупностей  $X$  и  $Y$ , найдены исправленные выборочные дисперсии  $s_X^2 = 10,38$  и  $s_Y^2 = 5,19$ . При уровне значимости  $0,01$  проверить нулевую гипотезу  $H_0: D(X) = D(Y)$  о равенстве генеральных дисперсий при конкурирующей гипотезе  $H_1: D(X) > D(Y)$ .
- 2.32. Найти математическое ожидание случайной величины, равномерно распределенной в интервале  $(a, b)$ .
- 2.33. Непрерывная случайная величина  $X$  распределена по показательному закону  
 $f(x) = 5e^{-5x}$  при  $x \geq 0$ ;  $f(x) = 0$  при  $x < 0$ .  
 Найти математическое ожидание, среднее квадратическое отклонение и дисперсию  $X$ .
- 2.34. Математическое ожидание нормально распределенной случайной величины  $X$  равно  $a = 5$  и среднее квадратическое отклонение  $\sigma = 3$ . Написать плотность вероятности  $X$ .
- 2.35. Математическое ожидание и среднее квадратическое отклонение нормально распределенной случайной величины  $X$  соответственно равны  $15$  и  $3$ . Найти вероятность того, что в результате испытания  $X$  примет значение, заключенное в интервале  $(10, 30)$ .
- 2.36. Случайная величина  $X$  распределена нормально с математическим ожиданием  $a = 15$ . Вероятность попадания  $X$  в интервал  $(15, 30)$  равна  $0,35$ . Чему равна вероятность попадания  $X$  в интервал  $(0, 15)$ ?
- 2.37. Написать плотность распределения показательного закона, если параметр  $\lambda = 5$ .
- 2.38. Написать плотность вероятности нормально распределенной случайной величины  $X$ , зная, что  $M(X) = 3$ ,  $D(X) = 16$ .
- 2.39. Производится измерение диаметра вала без систематических (одного знака) ошибок. Случайные ошибки измерения  $X$  подчинены нормальному закону со средним квадратическим отклонением  $\sigma = 10$  мм. Найти вероятность того, что измерение будет произведено с ошибкой, не превосходящей по абсолютной величине  $13$  мм.
- 2.40. Написать функцию распределения показательного закона, если параметр  $\lambda = 5$ .

**VIII. Перечень педагогических и информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по**

**дисциплине, включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем (по необходимости)**

Программное обеспечение, информационные справочные системы и Интернет-ресурсы физико-технического факультета (см. раздел VI).

**IX. Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине**

| Наименование специальных* помещений   | Оснащенность специальных помещений и помещений для самостоятельной работы   | Перечень лицензионного программного обеспечения. Реквизиты подтверждающего документа  |
|---|---|---|
| <p>Учебная аудитория для проведения занятий лекционного типа, занятий семинарского типа, курсового проектирования (выполнения курсовых работ), групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации<br/>Лекционная аудитория № 226 (170002 Тверская обл., г. Тверь, Садовый пер., д. 35)</p> | <p>1 Микшерный пульт Yamaha MG-124C<br/>2 Аудиокомплект (мик. пульт, акуст. усилитель, акуст. система, радиосистема)<br/>3 Интерактивная система SMART Board 660i4<br/>4 Мультимедийный проектор Epson EB-4850WU с потолочным креплением<br/>5 Телекоммуникационный шкаф ШТК-М-18.6.6-3AAA с полками<br/>6 Телекоммуникационный шкаф ШТК-М-18.6.6-3AAA с полками<br/>7 Экран настенный Lumien<br/>8 Компьютер iRU Corp 510 15-2400/4096/500/G210-512/DVD-RW/W7S/монитор E-Machines E220HQVB 21,5”<br/>9 Комплект учебной мебели на 110 посадочных мест<br/>10 Меловая доска</p> | <p>Kaspersky Endpoint Security 10 для Windows – Акт на передачу прав №1842 30.11.2020.<br/>MS Office 365 pro plus - Акт на передачу прав №1051 от 05.08.2020 г.<br/>Microsoft Windows 10 Enterprise - Акт на передачу прав №1051 от 05.08.2020 г.<br/>Microsoft Visual Studio 2019 - Акт на передачу прав №1051 от 05.08.2020 г.<br/>Mozilla Firefox -бесплатно</p> |
| <p>Учебная аудитория для проведения занятий лекционного типа, занятий семинарского типа, курсового проектирования (выполнения курсовых работ), групповых и</p>  | <p>1 Экран настенный Lumien<br/>2. Комплект учебной мебели на 24 посадочных места<br/>3. Меловая доска</p>  | <p>Microsoft Windows 10 Enterprise - Акт на передачу прав №1051 от 05.08.2020 г.<br/>MS Office 365 pro plus - Акт на передачу прав №1051 от 05.08.2020 г.</p>   |

|   |   |   |
|---|---|---|
| индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации, Лекционная аудитория № 202 Б (170002 Тверская обл., г. Тверь, Садовый пер., д. 35) | 4. Комплект переносной техники (ноутбук и проектор) | Acrobat Reader DC -<br>бесплатно<br>Google Chrome – бесплатно |
|---|---|---|

### Помещения для самостоятельной работы:

| Наименование помещений  | Оснащенность помещений для самостоятельной работы  | Перечень лицензионного программного обеспечения.<br>Реквизиты подтверждающего документа  |
|---|--|--|
| Помещение для самостоятельной работы, учебная аудитория для проведения занятий лекционного типа, занятий семинарского типа, курсового проектирования (выполнения курсовых работ), групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации, практики, Компьютерный класс физико-технического факультета. Компьютерная лаборатория робототехнических систем №4а (170002 Тверская обл., г. Тверь, Садовый пер., д. 35) | <p>1. Компьютер RAMEC STORM C2D 4600/160Gb/ 256mB/DVD-RW +Монитор LG TFT 17" L1753S-SF – 12 шт</p> <p>2. Мультимедийный комплект учебного класса (вариант № 2) Проектор Casio XJ-M140, настенный проекц. экран Lumien 180*180. ноутбук Dell N4050. сумка 15,6", мышь</p> <p>3. Коммутатор D-Link 10/100/1000mbps 16-port DGS-1016D</p> <p>4. Видеокамера IP-FALCON EYE FE-IPC-BL200P, ОнЛайн Трейд ООО</p> <p>5. Видеокамера IP-FALCON EYE FE-IPC-BL200P, ОнЛайн Трейд ООО</p> <p>6. Демонстрационное оборудование комплект «LegoMidstormsEV3»</p> <p>7. Комплект учебной мебели</p> | <p>Adobe Acrobat Reader DC -<br/>бесплатно</p> <p>Cadence SPB/OrCAD 16.6 -<br/>Государственный контракт на поставку лицензионных программных продуктов 103 -<br/>ГК/09 от 15.06.2009</p> <p>Google Chrome -<br/>бесплатно</p> <p>Java SE Development Kit 8 Update 45 (64-bit) -<br/>бесплатно</p> <p>Kaspersky Endpoint Security 10 для Windows – Акт на передачу прав №2129 от 25 октября 2016 г.</p> <p>Lazarus 1.4.0 -<br/>бесплатно</p> <p>Lego MINDSTORM EV3 -<br/>бесплатно</p> <p>Mathcad 15 M010 -<br/>Акт предоставления прав ИС00000027 от 16.09.2011</p> <p>MATLAB R2012b -<br/>Акт предоставления прав № Us000311 от 25.09.2012</p> <p>Microsoft Express Studio 4 -<br/>бесплатно</p> <p>MiKTeX 2.9 -<br/>бесплатно</p> <p>MPICH 64-bit –<br/>бесплатно</p> <p>MSXML 4.0 SP2 Parser and SDK -<br/>бесплатно</p> <p>Microsoft Windows 10 Enterprise -<br/>Акт приема-передачи № 369 от 21 июля 2017</p> <p>MS Office 365 pro plus -<br/>Акт приема-передачи № 369 от 21 июля 2017</p> |

## Х. Сведения об обновлении рабочей программы дисциплины

| № п.п. | Обновленный раздел рабочей программы дисциплины (модуля) | Описание внесенных изменений   | Дата и протокол заседания, утвердившего изменения |
|--------|--|--|---|
| 1      | Раздел IV  | Скорректирован фонд оценочных средств для проверки уровня сформированности закрепленных за дисциплиной компетенций   | Протокол Совета ФТФ №5 от 31 октября 2017 г       |
| 2      | Раздел IV  | Скорректированы задания для промежуточной аттестации в соответствии с обновленным «Положением о промежуточной аттестации (экзаменах и зачетах) студентов ТвГУ» | Протокол Совета ФТФ №5 от 31 октября 2017 г.      |
| 3      | Раздел V   | Обновлен перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины  | Протокол Совета ФТФ №5 от 31 октября 2017 г       |
| 4      | Раздел IX  | Оснащенность аудиторного фонда для проведения учебных занятий и самостоятельной работы студентов согласно «Справки МТО ООП ...»                                | Протокол Совета ФТФ №5 от 31 октября 2017 г       |
| 5      | Раздел IV  | Скорректирован фонд оценочных средств для проверки уровня сформированности закрепленных за дисциплиной компетенций   | Протокол Совета ФТФ № 6 от 15.01.2019 г.          |
| 6      | Раздел IV  | Внесены изменения в соответствии с «Положением о промежуточной аттестации (экзаменах и зачетах) обучающихся по программам высшего образования ТвГУ»            | Протокол Совета ФТФ № 10 от 19.05.2020 г.         |
| 7      | Раздел IV  | Внесены изменения в соответствии с «Положением о рейтинговой системе обучения в ТвГУ»  | Протокол Совета ФТФ № 10 от 19.05.2020 г.         |
| 8      | Раздел IX  | Актуализированы данные на основе   | Протокол Совета ФТФ                               |

|   |          |   |                                       |
|---|----------|---|---------------------------------------|
|   |          | Справки МТО ООП   | №14 от 03.07.2021                     |
| 9 | Раздел V | Обновлен перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины | Протокол Совета ФТФ №14 от 03.07.2021 |