Министерство науки и высшего образования Российской Федерации

ФГБОУ ВО «Тверской государственный университет»

Утверждаю:

Руководитель ООП

_______________ Б.Б.Педько

«30» _______ мая _______ 2023 г.

Рабочая программа дисциплины (с аннотацией)

Теория функций комплексного переменного

Направление подготовки

03.03.02 Физика

профиль

Физика конденсированного состояния вещества

Для студентов

2 курса, очной формы обучения

Составитель: к.ф.-м.н., доцент Кислова И.Л.

Тверь, 2023

I. Аннотация

1. Цель и задачи дисциплины

Целью дисциплины является изучение основ теории аналитических функций комплексного переменного и ее приложение к физическим и техническим задачам.

Задачами освоения дисциплины являются:

- \- знакомство с комплексными числами, их свойствами и операциями над комплексными числами;
- \- изучение основ работы с функциями комплексного переменного;
- \- описание основных физических представлений, связанных с теорией функций комплексного переменного;
- \- приобретение студентами навыков решения физических задач с использованием теории функций комплексного переменного.

2. Место дисциплины в структуре ООП

Дисциплина «Теория функций комплексного переменного» изучается в модуле Математика Блока 1. Дисциплины обязательной части учебного плана ООП.

Содержательно она закладывает основы знаний для изучения дисциплин, в процессе освоения которых используются методы теории функций комплексного переменного. Учебная дисциплина непосредственно связана с дисциплинами «Математический анализ», «Дифференциальные уравнения», «Линейные и нелинейные уравнения физики».

Уровень начальной подготовки обучающегося для успешного освоения дисциплины «Теория функций комплексного переменного»: успешное освоение дисциплины обучающихся основывается на их знаниях в области математического анализа, аналитической геометрии, умения определять вид кривой по ее уравнению, находить производную и первообразную функции действительного переменного, вычислять определенные и криволинейные интегралы, раскладывать функцию в ряд Тейлора, знать основные свойства рядов.

3. Объем дисциплины: 3 зачетные единицы, 108 академических часов, **в том числе**:

контактная аудиторная работа: лекции 17 часов, практические занятия 17 часов;

самостоятельная работа: 74 часа.

4. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы

Планируемые результаты освоения образовательной программы (формируемые компетенции)	Планируемые результаты обучения по дисциплине
УК-1. Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	УК-1.1. Анализирует задачу, выделяя ее базовые составляющие; УК-1.5. Рассматривает и предлагает возможные варианты решения поставленной задачи, оценивая их достоинства и недостатки.
ОПК-1. Способен применять базовые знания в области физико-математических и (или) естественных наук в сфере своей профессиональной деятельности.	ОПК-1.1. Анализирует физические объекты и процессы с применением базовых знаний в области физико-математических наук. ОПК-1.2. Применяет знания в области физико-математических наук при решении практических задач в сфере профессиональной деятельности.

5. Форма промежуточной аттестации и семестр прохождения

Зачет в 3 семестре.

6. Язык преподавания: русский.

II. Содержание дисциплины, структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий.

1.Для студентов очной формы обучения

Учебная программа – наименование разделов и тем	Всего (час.)	Контактная работа (час.)				Самостоятельная работа, в том числе Контроль (час.)
		Лекции		Практические занятия		
		всего	в т.ч. ПП	всего	в т.ч. ПП	
Комплексные числа Понятие комплексного числа, его модуль и аргумент. Векторное, алгебраическое, тригонометрическое и показательное представления комплексного числа. Арифметические операции над комплексными числами. Возведение в степень и извлечение корня комплексного числа, формула Муавра. Множество комплексных чисел (**C**) как метрическое пространство. Евклидова и сферическая метрики.	18	2		2		14
Функции комплексного переменного. Конформные отображения Функции комплексного переменного. Предел и непрерывность функций комплексного переменного. Непрерывность в сферической метрике. Теоремы о непрерывных функциях комплексного переменного на компакте, континууме, в области. Дифференцируемость в смысле действительного и комплексного анализа. Условия Коши-Римана. Производная голоморфной функции. Геометрический смысл модуля и аргумента производной голоморфной функции. Формулы Коши для производных.	22	4		4		14
Интегралы от функций комплексного переменного Криволинейные интегралы в теории функций комплексного переменного. Определение, свойства, примеры, связь с криволинейными интегралами 1-го и 2-го	26	6		6		14

рода из курса действительного анализа.. Интегральная теорема Коши. Интегральная формула Коши. Первообразная от функции комплексного переменного. Формула Ньютона-Лейбница. Теорема Морера.						
Ряды Тейлора и Лорана Последовательности и ряды аналитических функций в области. Теоремы Вейерштрасса о рядах аналитических функций. Степенные ряды. Теорема Абеля и теорема о круге сходимости, формула Коши – Адамара. Локально равномерная сходимость степенного ряда. Действия со степенными рядами, почленное интегрирование и почленное дифференцирование степенных рядов. Степенной ряд как ряд Тейлора для своей суммы, единственность разложения.. Ряды Лорана, структура области сходимости. Ряд Лорана в окрестности бесконечно удаленной точки.	18	2		2		14
Изолированные особые точки и вычеты Изолированные особые точки голоморфной функции, классификация изолированных особых точек однозначного характера: устранимая особая точка, полюс, порядок полюса, существенная особая точка. Бесконечно удаленная точка как особая. Критерии изолированных особых точек. Классификация и критерии изолированной особой точки на бесконечности. Определение вычета в изолированной особой точке и формулы для вычисления вычетов. Вычисление вычета на бесконечности. Теорема Коши о вычетах. Теорема о сумме вычетов. Применения вычетов для нахождения определенных интегралов. Вычетный метод вычисления интегралов. Интегралы от тригонометрических функций. Вычисление несобственных интегралов и главных значений интегралов от действительнозначных функций.	20	3		3		14

Промежуточная аттестация (зачет)	4					4
Итого	108	17		17		74

III. Образовательные технологии

Учебная программах- наименование разделов и тем	Вид занятия	Образовательные технологии
Комплексные числа Понятие комплексного числа, его модуль и аргумент. Векторное, алгебраическое, тригонометрическое и показательное представления комплексного числа. Арифметические операции над комплексными числами. Возведение в степень и извлечение корня комплексного числа, формула Муавра. Множество комплексных чисел (**C**) как метрическое пространство. Евклидова и сферическая метрики.	Лекции, практические занятия	Активное слушание. Групповое решение задач. Решение индивидуальных домашних заданий. Проведение контрольной работы
Функции комплексного переменного. Конформные отображения Функции комплексного переменного. Предел и непрерывность функций комплексного переменного. Непрерывность в сферической метрике. Теоремы о непрерывных функциях комплексного переменного на компакте, континууме, в области. Дифференцируемость в смысле действительного и комплексного анализа. Условия Коши-Римана. Производная голоморфной функции. Геометрический смысл модуля и аргумента производной голоморфной функции. Формулы Коши для производных.	Лекции, практические занятия	Активное слушание. Групповое решение задач. Решение индивидуальных задач.
Интегралы от функций комплексного переменного Криволинейные интегралы в теории функций комплексного переменного. Определение, свойства, примеры, связь с криволинейными интегралами 1-го и 2-го рода из курса действительного анализа.. Интегральная теорема Коши. Интегральная формула Коши. Первообразная от функции комплексного переменного. Формула Ньютона-Лейбница. Теорема Морера.	Лекции, практические занятия	Активное слушание. Групповое решение задач. Решение индивидуальных задач. Проведение контрольной работы.
Ряды Тейлора и Лорана Последовательности и ряды аналитических функций в области. Теоремы Вейерштрасса о рядах аналитических функций. Степенные ряды. Теорема Абеля и теорема о круге сходимости, формула	Лекции, практические занятия	Активное слушание. Групповое решение задач. Решение индивидуальных задач

Коши – Адамара. Локально равномерная сходимость степенного ряда. Действия со степенными рядами, почленное интегрирование и почленное дифференцирование степенных рядов. Степенной ряд как ряд Тейлора для своей суммы, единственность разложения.. Ряды Лорана, структура области сходимости. Ряд Лорана в окрестности бесконечно удаленной точки.		
Изолированные особые точки и вычеты Изолированные особые точки голоморфной функции, классификация изолированных особых точек однозначного характера: устранимая особая точка, полюс, порядок полюса, существенная особая точка. Бесконечно удаленная точка как особая. Критерии изолированных особых точек. Классификация и критерии изолированной особой точки на бесконечности. Определение вычета в изолированной особой точке и формулы для вычисления вычетов. Вычисление вычета на бесконечности. Теорема Коши о вычетах. Теорема о сумме вычетов. Применения вычетов для нахождения определенных интегралов. Вычетный метод вычисления интегралов. Интегралы от тригонометрических функций. Вычисление несобственных интегралов и главных значений интегралов от действительнозначных функций.	Лекции, практические занятия	Активное слушание. Групповое решение задач. Решение индивидуальных задач, решение домашних заданий. Проведение контрольной работы

IV. Оценочные материалы для проведения текущей и промежуточной аттестации

Форма проведения зачета: студенты, освоившие программу курса «Теория функции комплексного переменного» могут получить зачет по итогам семестровой и полусеместровой рейтинговой аттестации согласно «Положению о рейтинговой системе обучения ТвГУ» (протокол №8 от 30 апреля 2020 г.).

Для проведения текущей и промежуточной аттестации:

УК-1. Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач:

УК-1.1. Анализирует задачу, выделяя ее базовые составляющие;

УК-1.5. Рассматривает и предлагает возможные варианты решения поставленной задачи, оценивая их достоинства и недостатки.

Способ текущей аттестации: текущая аттестация проводится в форме проведения контрольной работы, состоящей из 6-ти задач:

Примеры заданий:

1. Найти $(5-5i)^4 i^{10}$
2. Изобразить $z \cdot \bar{z} \leq 10$
3. Вычислить и изобразить на комплексной плоскости $\frac{(-4+4\sqrt{3}i)^3}{(1+i\sqrt{3})}$
4. Найти значение функции f(z)=Cos3z в точке $\frac{\pi}{6}i$.
5. Определить, может ли функция $e^y \sin x + x$ быть действительной частью аналитической функции f(z)? Если да, то найти f(z).
6. Вычислить $\oint\limits_l \mathrm{Re}(z^2)dz$, где l - дуга параболы $y = 2x^2$ от точки $z_1 = 0$ *до* $z_2 = 1 + 2i$

Способ аттестации: письменный

Критерии оценивания:

• ход решения задачи правильный, математических ошибок при решении не допущено, ответы на дополнительные вопросы полные. Ключевые понятия и термины полностью раскрыты;

• ход решения задачи правильный, при решении допущены ошибки в расчетах, ответы на дополнительные вопросы недостаточно полные. Ключевые понятия и термины полностью не раскрыты;

• допущены ошибки в ходе решения задачи, приведшие к неверному результату, терминологический аппарат не раскрыт.

ОПК-1. Способен применять базовые знания в области физико-математических и (или) естественных наук в сфере своей профессиональной деятельности:

ОПК-1.1. Анализирует физические объекты и процессы с применением базовых знаний в области физико-математических наук.

ОПК-1.2. Применяет знания в области физико-математических наук при решении практических задач в сфере профессиональной деятельности;

Способ промежуточной аттестации: **зачет проводится в форме опроса по 1 контрольному вопросу и решения трех задач**.

1) **Примерные контрольные задания для проведения промежуточной аттестации:**

1. Найти значение функции f(z)=ch(z) в точке $2+\pi i$.
2. Найти разложение функции $\cos(z-1)$ в точке $z_0=0$. Указать главную и правильную части ряда.
3. Найти все особые точки функции и вычеты во всех особых точках $\frac{z}{z^2-1}e^{\frac{1}{z+1}}$.
4. Вычислить $\oint\frac{z}{\bar{z}}dz$, где l - дуга окружности $|z|=1$ $z_1=e^{0i}$ *до* $z_2=e^{-\frac{\pi}{2}i}$
5. Найти разложение функции $\sin(2-z)$ в точке $z_0=0$. Указать главную и правильную части ряда.
6. Найти все особые точки функции и вычеты во всех особых точках $\frac{z+1}{z-1}sh\frac{1}{z}$.

2) **Контрольные вопросы для проведения промежуточной аттестации:**

Сформулируйте определения комплексного числа, его действительной и мнимой части. Сформулируйте определения модуля и аргумента комплексного числа, дайте их геометрическую интерпретацию.

Сформулируйте определение числа z , комплексно сопряжённого к числу z .

Сформулируйте определение операции деления комплексных чисел.

Запишите формулы произведения и частного двух комплексных чисел, представленных в тригонометрической форме.

Запишите формулу возведения комплексного числа в натуральную степень.

Запишите формулу извлечения корня n–ой степени из комплексного числа (n – натуральное число).

Запишите формулу Муавра. Запишите формулу Эйлера.

Сформулируйте определение однозначной функции. Приведите пример.

Сформулируйте определение многозначной функции. Приведите пример.

Сформулируйте определение показательной функции. Сформулируйте определения тригонометрических функций. Сформулируйте определения гиперболических функций. Сформулируйте определение логарифмической функции $\mathrm{Ln}\ z$. Сформулируйте определение дробно-линейной функции. Сформулируйте определение функции Жуковского.

Сформулируйте определение функции комплексной переменной, дифференцируемой в точке. Приведите пример.

Сформулируйте, в чем состоит геометрический смысл аргумента производной аналитической функции. Сформулируйте необходимые и достаточные условия дифференцируемости функции в точке.

Сформулируйте определение интеграла от непрерывной функции комплексной переменной вдоль кусочно-гладкой кривой.

Запишите формулу вычисления интеграла от непрерывной функции комплексной переменной вдоль кусочно-гладкой кривой через определённый интеграл. Запишите неравенство для модуля интеграла. Сформулируйте теорему Коши для односвязной области.

Сформулируйте определение ряда Лорана. Какова его область сходимости?

Сформулируйте определение правильной точки. Приведите пример. Сформулируйте определение особой точки. Приведите пример.

Сформулируйте определение изолированной особой точки однозначной аналитической функции.

Сформулируйте теорему о представлении функции рядом Лорана. Запишите формулу для коэффициентов разложения аналитической функции в ряд Лорана.

Сформулируйте определение устранимой особой точки аналитической функции. Приведите пример.

Сформулируйте определение полюса. Приведите пример. Сформулируйте определение существенно особой точки. Приведите пример.

Способ аттестации: письменный или устный

Критерии оценивания:

Для задач:

• ход решения задачи правильный, математических ошибок при решении не допущено, ответы на дополнительные вопросы полные. Ключевые понятия и термины полностью раскрыты;

• ход решения задачи правильный, при решении допущены ошибки в расчетах, ответы на дополнительные вопросы недостаточно полные. Ключевые понятия и термины полностью не раскрыты;

• допущены ошибки в ходе решения задачи, приведшие к неверному результату, терминологический аппарат не раскрыт.

Для вопросов:

- ответ полный, указаны и учтены все факторы, признаки и т.д.
- аргументация допустимая, но имеются неточности
- допущены грубые ошибки, свидетельствующие о непонимании темы

В рамках данной дисциплины в результате освоения обучающийся должен конкретно **знать:**

• **<u>в области функций комплексного переменного</u>:** определение комплексного числа; геометрическое представление комплексных чисел; определение модуля и аргумента комплексного числа; алгебраическую, тригонометрическую и показательную формы записи комплексных чисел;

действия с комплексными числами; метрические свойства комплексной плоскости; стереографическую проекцию; понятие бесконечно удаленной точки; определение и геометрическую интерпретацию функции комплексного переменного;

- **в области предела и непрерывности функции комплексного переменного:** определение предела, непрерывности функции комплексного переменного;
- **в области дифференцирования функции комплексного переменного:** определение дифференцируемой функции; определение и свойства производной функции комплексного переменного, правила дифференцирования; условия Коши-Римана; определение и свойства гармонической функции; геометрический смысл модуля и аргумента производной; определение и свойства конформного отображения областей; элементарные функции комплексного переменного и их свойства: линейную функцию, дробно-линейную, степенную, показательную, логарифмическую функцию, тригонометрические и обратные тригонометрические функции, гиперболические функции;
- **в области понятия аналитической функции: определение и свойства** аналитической функции; доказательство аналитичности основных элементарных функций;
- **в области интегрирования функции комплексного переменного:** определение интеграла функции комплексного переменного по отрезку; способ интегрирования функций комплексного переменного вдоль кривой; свойства комплексных интегралов; определение и свойства первообразной, формулу Ньютона-Лейбница;
- **в области теоремы Коши:** интегральную теорему Коши для односвязных и многосвязных областей; интегральную формулу Коши; аналитичность непрерывно дифференцируемой функции; неравенства Коши, теорему Лиувилля и доказательство с ее помощью основной теоремы алгебры многочленов;

- **<u>в области рядов Тейлора и Лорана:</u>** понятие степенного ряда в комплексной области; определение и свойства аналитической функции; определение ряда Тейлора и Лорана; определение и свойства аналитического продолжения; формулы Эйлера; определение нулей аналитической функции; теорему Лорана; классификацию изолированных особых точек: устранимые особые точки, полюсы, существенно особые точки.

В рамках данной дисциплины в результате освоения обучающийся должен конкретно **уметь** выполнять действия, **владеть** навыками:

- **<u>в области функций комплексного переменного</u>:** производить арифметические действия с комплексными числами; изображать комплексные числа на плоскости; находить модуль и аргумент комплексного числа; записывать комплексные числа в алгебраической, тригонометрической и показательной форме; строить линии и области на комплексной плоскости; находить действительную и мнимую части функции комплексного переменного; получать образ линии и области при комплексном отображении в простейших случаях; вычислять значения линейной, степенной, рациональной, показательной функции, тригонометрических функций, гиперболических функций, логарифмы комплексных чисел, значения обратных тригонометрических функций;
- **<u>в области предела и непрерывности функции комплексного переменного:</u>** находить предел функции комплексного переменного в простейших случаях; доказывать по определению непрерывность функции комплексного переменного в простейших случаях;
- **<u>в области дифференцирования функции комплексного переменного:</u>** дифференцировать функции комплексного переменного; применять условия Коши-Римана, вычислять модуль и аргумент производной; восстанавливать дифференцируемую функцию по ее действительной или мнимой части; определять, является ли функция гармонической;
- **<u>в области понятия аналитической функции:</u>** устанавливать аналитичность функции в точке и в области;

- **в области интегрирования функции комплексного переменного:** интегрировать функции комплексного переменного вдоль кривой; применять формулу Ньютона-Лейбница; вычислять интегралы с помощью интегральной формулы Коши;
- **в области теоремы Коши:** применять интегральную теорему Коши для вычисления интегралов;
- **в области рядов Тейлора и Лорана:** получать степенные ряды в комплексной области; находить радиус и область сходимости степенного ряда; классифицировать изолированные особые точки: устранимые особые точки, полюсы, существенно особые точки.

Баллы, полученные в ходе текущего контроля, распределяются по группам:

- лекции;
- практические занятия;
- самостоятельная работа;
- другие виды учебной деятельности.

1. Активность на **лекциях** и участие в формах экспресс-контроля - от 0 до 5 баллов (по 1 баллу за блиц-опрос). Блиц-опрос осуществляется по материалу лекции.
2. Активность на **практических занятиях** и выполнение программы занятий - от 0 до 20 баллов. При назначении баллов за выполнение программы занятия учитывается: активность студента на занятии, включая активность при работе у доски, опросах, дискуссиях, активность при выполнении домашних заданий.
3. Самостоятельная работа включает решение домашних заданий и их защиту – от 0 до 30 баллов.
4. Другие виды учебной деятельности - это успешное проведения исследовательской работы в рамках дисциплины (от 0 до 5 баллов).

Учебный рейтинг по дисциплине «Теория функций комплексного переменного»

Таблица максимальных баллов по видам учебной деятельности

1	2	3	4	5	6	7	8
Лекции	Лабораторные занятия	Практические занятия	Самостоятельная работа	Автоматизированное тестиро-вание	Другие виды учебной деятельности	Промежуточная аттестация	Итого
5	0	20	30	0	5	40	100

V. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

1) Рекомендуемая литература

а) Основная литература:

1. Привалов И.И. Введение в теорию функций комплексного переменного [Электронный ресурс]: учеб. — Электрон. дан. — Санкт-Петербург: Лань, 2009. — 432 с. — Режим доступа: https://e.lanbook.com/book/322.
2. Курс высшей математики. Теория функций комплексной переменной [Электронный ресурс] : учеб. пособие / И.М. Петрушко [и др.]. — Электрон. дан. — Санкт-Петербург : Лань, 2010. — 368 с. — Режим доступа: https://e.lanbook.com/book/526.

б) Дополнительная литература:

1. Пантелеев А.В. Теория функций комплексного переменного и операционное исчисление в примерах и задачах [Электронный ресурс]: учеб. пособие. — Санкт-Петербург : Лань, 2015. — 448 с. — Режим доступа: https://e.lanbook.com/book/67463.
2. Свешников А. Г. Теория функций комплексной переменной: учебник. - М. : Физматлит, 2010. - 334 с. - [Электронный ресурс]. – Режим доступа: http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=75710

2) Программное обеспечение

а) Лицензионное программное обеспечение

б) Свободно распространяемое программное обеспечение

3) Современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы

1.ЭБС«ZNANIUM.COM» www.znanium.com;

2.ЭБС «Университетская библиотека онлайн»https://biblioclub.ru/;

3.ЭБС «Лань» http://e.lanbook.com

4) Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины

VI. Методические материалы для обучающихся по освоению дисциплины

1) Планы практических занятий и методические рекомендации к ним.

Практические занятия включают в себя обсуждение вопросов по каждому разделу курса и решение задач по теме занятия.

Тема 1. Комплексные числа.

Вопросы для обсуждения:

1. Понятие комплексного числа, его модуль и аргумент.

2. Векторное, алгебраическое, тригонометрическое и показательное представления комплексного числа.

3. Арифметические операции над комплексными числами.

4. Возведение в степень и извлечение корня комплексного числа, формула Муавра.

Тема 2. Функции комплексного переменного

Вопросы для обсуждения:

1. Представление функции комплексного переменного

2. Предел и непрерывность функций комплексного переменного.

3. Условия Коши-Римана. Производная голоморфной функции.

4. Геометрический смысл модуля и аргумента производной голоморфной функции.

Тема 3. Интегралы от функций комплексного переменного

Вопросы для обсуждения:

1. Криволинейные интегралы в теории функций комплексного переменного.

2. Определение, свойства, примеры, связь с криволинейными интегралами 1-го и 2-го рода из курса действительного анализа.

3. Интегральная теорема Коши и её обобщение на многосвязные области.

4. Интегральная формула Коши. Существование производных всех порядков у голоморфных функций.

5. Первообразная от функции комплексного переменного. Формула Ньютона-Лейбница.

Тема 4. Ряды Тейлора и Лорана

Вопросы для обсуждения:

1. Последовательности и ряды аналитических функций в области. Теоремы Вейерштрасса о рядах аналитических функций.

2. Степенные ряды. Теорема Абеля и теорема о круге сходимости, формула Коши – Адамара. Локально равномерная сходимость степенного ряда.

3. Теорема о представлении аналитической функции степенным рядом, оценка радиуса сходимости. Степенной ряд как ряд Тейлора для своей суммы, единственность разложения.

4. Ряды Лорана, структура области сходимости. Теорема о представлении голоморфной функции рядом Лорана. Неравенства Коши для коэффициентов ряда Лорана.

Тема 5. Изолированные особые точки и вычеты

Вопросы для обсуждения:

1. Изолированные особые точки голоморфной функции, классификация изолированных особых точек однозначного характера: устранимая особая точка, полюс, порядок полюса, существенная особая точка.

2. Определение вычета в изолированной особой точке и формулы для вычисления вычетов. Вычисление вычета на бесконечности. Теорема Коши о вычетах. Теорема о сумме вычетов.

3. Применения вычетов для нахождения определенных интегралов. Вычетный метод вычисления интегралов.

4. Интегралы от тригонометрических функций. Вычисление несобственных интегралов и главных значений интегралов от действительнозначных функций.

2) Методические рекомендации по организации самостоятельной работы студентов:

Самостоятельная работа студентов предполагает:

–обязательное выполнение домашних заданий, предусмотренных практическими занятиями;

–углубленное изучение литературы и решение задач по пройденным темам и по вопросам, дополнительно указанным преподавателем;

–использование материалов рабочей программы для систематизации знаний и подготовке к занятиям и контрольным работам.

Перечень вопросов для систематизации знаний:

1. Поле комплексных чисел. Векторное, алгебраическое, тригонометрическое и показательное представления комплексного числа. Геометрические свойства комплексных чисел.
2. Формулы стереографической проекции. Расширенная комплексная плоскость. Сходящиеся последовательности в $\mathbf{C}$ и $\overline{\mathbf{C}}$. Лемма о покоординатной сходимости. Критерий Коши, теорема Больцано-Вейерштрасса.
3. Евклидова и сферическая метрики. Топологии в $\mathbf{C}$ и $\overline{\mathbf{C}}$ (открытые и замкнутые множества, предельные и граничные точки, граница, замыкание, дополнение к множеству, связность множества, кривые, области, компакты, континуумы).
4. Функции комплексного переменного, их непрерывность и ограниченность Теоремы о непрерывных функциях комплексного переменного на компакте, в области.
5. Моногенные и голоморфные функции (определения, примеры). Условия Коши-Римана в действительной и комплексной формах. Критерии моногенности и голоморфности функции комплексного переменного в точке. Связь голоморфных и гармонических функций.
6. Целые линейные преобразования. Декомпозиция целой линейной функции, её свойства.

7. Геометрический смысл модуля и аргумента производной голоморфной функции. Определения конформного отображения 1-го и 2-го рода. Якобиан конформного отображения. Примеры.
8. Дробно-линейные преобразования, их свойства.
9. Существование и единственность мёбиусова преобразования, нормированного соответствием трёх пар точек.
10. Степенная функция с натуральным показателем.
11. Определение экспоненты, её аналитические свойства. Глобальное обращение, логарифм.
12. Криволинейные интегралы от функции комплексного переменного, их свойства, вычисление. Примеры вычисления интегралов от функции комплексного переменного.
13. Интегральная теорема Коши-Гурса и её обобщение на многосвязные области (с доказательствами).
14. Интегральная формула Коши. Доказательство, обобщение на случай многосвязных областей, следствия.
15. Неопределённый интеграл от ф.к.п. в плоской области и формула Ньютона-Лейбница. Теорема Морера.
16. Существование производных всех порядков у голоморфных функций. Формулы Коши для производных.
17. Поточечная, равномерная, локально-равномерная сходимости функциональной последовательности и функционального ряда. Примеры. Почленное интегрирование и почленное дифференцирование функциональных рядов. Теоремы Вейерштрасса о рядах голоморфных функций.
18. Теорема Абеля о степенных рядах. Существование радиуса сходимости и методы его вычисления. Формула Коши-Адамара. Локально-равномерная сходимость, почленное интегрирование и почленное дифференцирование степенных рядов.
19. Теорема о представлении голоморфной функции степенным рядом, оценка радиуса сходимости. Голоморфность суммы степенного ряда. Степенной ряд

как ряд Тейлора для своей суммы. Неравенства Коши для коэффициентов степенного ряда.

20. Теорема Лиувилля. Доказательство с её помощью теоремы Гаусса о существовании комплексного корня у любого многочлена, отличного от константы.
21. Ряды Лорана, структура области сходимости. Доказательство теоремы Лорана. Неравенства Коши для коэффициентов ряда Лорана.
22. Внутренняя теорема единственности (доказательство). Нули голоморфных функций. Факторизация голоморфной функции в окрестности её нуля.
23. Изолированные особые точки голоморфной функции, их классификация. Нахождение порядка полюса. Примеры.
24. Определение вычета и формулы для вычисления вычетов. Теорема Коши о вычетах. Вычисление вычета на бесконечности. Теорема о сумме всех вычетов.
25. Вычетный метод вычисления интегралов. Интегралы от тригонометрических функций. Вычисление несобственных интегралов от рациональных функций. Лемма Жордана и её применения.

3) Требования к рейтинг-контролю

Результаты промежуточной аттестации выставляются на основе текущего контроля успеваемости (рейтинг-контроль, баллы за выполненные практические задания суммируются) и по результатам зачета.

Рейтинг

1. Первая контрольная точка. Содержание модуля 1: Раздел 1 – 3.

40 баллов, из них 10 – текущая работа, 10 – посещаемость, 20 – контрольная работа. 9-ая неделя.

2. Вторая контрольная точка. Содержание модуля 2: Раздел 4 – 7.

60 баллов, из них 20 – текущая работа, 10 – посещаемость, 30 – контрольная работа. 18-ая неделя

Критерии: работа на каждом практическом занятии – по 5 баллов (текущая работа), правильный ответ на один вопрос контрольной работы – 3 балла.

Программой предусматривается выполнение письменных контрольных работ в качестве форм рубежного контроля в конце каждого модуля. Для подготовки к рубежному контролю предполагается выполнение домашних заданий по каждой пройденной в течение модуля теме и использование банка контрольных вопросов и заданий рабочей программы.

VII. Материально-техническое обеспечение

Наименование специальных помещений	**Оснащенность специальных помещений и помещений для самостоятельной работы**	**Перечень лицензионного программного обеспечения. Реквизиты подтверждающего документа**
Учебная аудитория для проведения занятий лекционного типа, занятий семинарского типа, курсового проектирования (выполнения курсовых работ), групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации Лекционная аудитория № 227 (170002 Тверская обл., г. Тверь, Садовый пер., д. 35)	1. Проектор Panasonic PT-VW340ZE 2 . экран ScreenMedia 3. Ноутбук (переносной) 4. Комплект учебной мебели на 60 посадочных мест 5. Меловая доска	Microsoft Windows 10 Enterprise - Акт на передачу прав №785 от 06.08.2021 г.. MS Office 365 pro plus - Акт на передачу прав №785 от 06.08.2021 г.. Acrobat Reader DC - бесплатно Google Chrome – бесплатно

VIII. Сведения об обновлении рабочей программы дисциплины

№ п.п.	Обновленный раздел рабочей программы дисциплины	Описание внесенных изменений	Реквизиты документа, утвердившего изменения
1.			
2.			