Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
ФГБОУ ВО «ТВЕРСКОЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Тверской государственный университет
Математический факультет

Утверждаю:
Руководитель ООП:
Шаров Г.С.
«16» 05 2023 г.

Рабочая программа дисциплины (с аннотацией)
Системы искусственного интеллекта

Направление подготовки
02.03.03 Математическое обеспечение и администрирование информационных систем

Профиль подготовки
Математические основы информатики

Для студентов 4 курса очной формы обучения

Уровень высшего образования
БАКАЛАВРИАТ

Составитель: доцент кафедры КБиММУ
И.А. Шаповалова

Тверь 2023

I. Аннотация.

1. Цель и задачи дисциплины.

Целью освоения дисциплины является:

изучение способов построения математических моделей, описывающих динамические управляемые системы, имеющие обширные приложения в технике, экономике, экологии и других сферах; рассматриваемые модели формализуются как конечномерные задачи нелинейного программирования, дискретные задачи оптимального управления и как непрерывные задачи оптимального управления, описываемые системами обыкновенных дифференциальных уравнений, системами дифференциальных уравнений с отклоняющимся аргументом, системами интегро-дифференциальных уравнений и др.

2. Место дисциплины в структуре ООП.

Дисциплина относится к блоку дисциплин, формируемому участниками образовательных отношений.

Дисциплина использует сведения из таких курсов, как «Математический анализ», «Математический анализ», «Информатика и программирование», «Операционные системы и оболочки».

3. Объем дисциплины:

3 зачетных единицы, **108** академических часа, **в том числе**

контактная работа: лекции **7** часов, практические занятия **14** часов, в т.ч. практическая подготовка – 2 часа; **самостоятельная работа: 84** часа.

4. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы

Планируемые результаты освоения образовательной программы (формируемые компетенции)	**Планируемые результаты обучения по дисциплине**
ПК-1 Способен использовать базовые знания в области математических и естественных наук, программирования и информационных технологий	ПК-1.1 Формулирует проблемы и определяет направление их решения на основе базовых знаний математики, естественных наук, программирования и информационных технологий ПК-1.3 Применяет методы и приемы из области математики, физики и информатики для решения задач профессиональной деятельности
ПК-2 Способен проводить под научным руководством исследование на основе существующих методов в конкретной области профессиональной деятельности	ПК-2.1 Проводит исследования под научным руководством, привлекая математику и информационные технологии ПК-2.2 Работает с научной литературой и другими источниками научно-технической информации
ПК-3 Способен обеспечивать	ПК-3.1 Использует программные продукты для

работу компьютерных сетей и информационных систем	тестирования и отладки работы информационных систем ПК-3.3 Применяет технологии обслуживания и администрирования информационных систем и баз данных

5. Форма промежуточной аттестации: зачет.

6. Язык преподавания русский.

II. Содержание дисциплины, структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий.

1. Для студентов очной формы обучения

Учебная программа – наименование разделов и тем.		Всего (час).	Контактная работа (час).			Самостоятельная работа (час).
			Лекции.	Практические занятия.	в т.ч. практическая подготовка	
1	Способы моделирования динамических систем. Типы моделей. О границах применимости моделей. Примеры детерминированных и стохастических систем.	8,5	0,5	1		7
2	Математические модели в теории автоматического регулирования и управления.	10	1	2		7
3	Моделирование и анализ информационных систем. Информация и управление как объекты исследования. Моделирование сложных систем.	10	1	2	1	7
4	Математические модели эпидемии и вирусных атак. Задача с нефиксированным временем процесса.	10	1	2		7
5	Математические модели в экономике (непрерывная и дискретная задачи).	10	1	2		7
6	Математические модели нейронных сетей. Обучение нейронных сетей. Нейрокомпьютеры.	10	1	2		7
7	Алгоритм обратного распространения ошибки. Методы оптимизации весовых коэффициентов нейронных сетей.	10	1	2		7
8	Автоматизированные системы управления.	8,5	0,5	1		7
9	Нейросетевые модели для систем информационной безопасности. Самоорганизующиеся информационные системы управления.	10	1	2		7

10	Моделирование процессов, описываемых системами дифференциальных уравнений с отклоняющимся аргументом.	10	1	2	1	7
11	Нейронная сеть, описываемая системой интегро-дифференциальных уравнений. Учет эффекта запаздывания сигнала в нейронных сетях. Когнитивные исследования, нейроуправление, биоинформатика.	10	1	2		7
ИТОГО		108	7	14	2	84

III. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине.

Тема 1. *Линейные математические модели в теории автоматического регулирования. Необходимые условия оптимальности. Задача быстродействия. Теорема о переключениях в линейной управляемой системе. Понятие управляемости системы.*

Типовое задание.

№ 1. Дан объект, движение которого описывается дифференциальным уравнением второго порядка с постоянными коэффициентами

$$\ddot{x} = -b\dot{x} - kx + u,$$

где x – отклонение от положения равновесия, $\dot{x}$ – скорость объекта, -kx – упругая сила, к – коэффициент, к>=0, b$\dot{x}$ – сила трения, b>= 0, u – внешняя сила.

Обозначив через $x_1 = x$ отклонение от положения равновесия, $x_2 = \dot{x}$ - скорость, мы сможем записать этот закон движения в виде следующей системы дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2, \\ \dot{x}_2 = -kx_1 - bx_2 + u. \end{cases}$$

В начальный момент времени известно отклонение от положения равновесия $x_1(0) = a_1$ и скорость $x_2(0)=b_1$.

Требуется найти управление $u(t)$, минимизирующее время T перевода системы в конечное состояние $x_1(T)=0$, $x_2(T)=0$.

№ 2. Записать краевую задачу принципа максимума для задачи № 1 и решить ее.

№ 3. В задаче № 1 найти число переключений управления.

Будем решать задачу о скорейшем попадании объекта из заданной точки в начало координат. Задача имеет следующий вид:

$$T \to \inf$$

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = -kx_1 - bx_2 + u \end{cases}$$

где $|u| \le 1$,

$x_1(0) = a_1$, $x_2(0) = b_1$ $x_1(T) = 0$, $x_2(T) = 0$.

Для решения задачи быстродействия применим принцип максимума.

Запишем функцию Понтрягина:

$$H(p, x, u) = p_1(t)\, x_2 + p_2(t)\,(-kx_1 - b\, x_2 + u).$$

Сопряженная система имеет вид

$$\dot{p}_1(t) = -\frac{\partial H}{\partial x_1} = kp_2$$

$$\dot{p}_2(t) = -\frac{\partial H}{\partial x_2} = -p_1 + bp_2.$$

Оптимальное управление определяется из условия максимума функции Понтрягина: $\bar{u} = \arg\max_{|u| \le 1} H(p, x, u).$

$$\bar{u} = \begin{cases} 1, & p_2(t) > 0, \\ -1, & p_2(t) < 0, \\ [-1;1], & p_2(t) = 0. \end{cases}$$

Таким образом,

Запишем краевую задачу принципа максимума:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = -kx_1 - bx_2 + u \end{cases},$$

$x_1(0) = a_1$, $x_2(0) = b_1$, $x_1(T) = 0$, $x_2(T) = 0$,

$$\dot{p}_1(t) = -\frac{\partial H}{\partial x_1} = kp_2,$$

$$\dot{p}_2(t) = -\frac{\partial H}{\partial x_2} = -p_1 + bp_2,$$

где оптимальное управление определяется из системы условий

$$\bar{u} = \begin{cases} 1, & p_2(t) > 0; \\ -1, & p_2(t) < 0; \\ [-1;1], & p_2(t) = 0. \end{cases}$$

Тема 2*: Принцип максимума для задач оптимального управления с фазовыми ограничениями. Учет нефиксированного времени процесса.*

Типовое задание.

№ 1. Построить краевую задачу принципа максимума для следующей задачи оптимального управления

$$
\begin{aligned}
&J(u) = T \to \inf, \\
&\dot{x}_1 = x_2, \\
&\dot{x}_2 = -\alpha_i x_2 - \beta_i x_1 + u(t), \\
&x_i(0) = \xi_i,\ x_i(T) = 0,\ i = 1,2, \\
&|u(t)| \le 1,\ t \in [0,T], \\
&i = \begin{cases} 1, & S(t,x_1,x_2) < 0, \\ 2, & S(t,x_1,x_2) \ge 0. \end{cases}
\end{aligned}
$$

При анализе решения требуется исследовать количество переключений оптимального управления, построить краевую задачу принципа максимума, функцию Ляпунова, изобразить траекторию на фазовой плоскости, полагая $S(t,x) = x_i - M_i$, $i = 1,2$ где M_i - заданные значения отклонения или скорости.

Тема 3*. Приближенные методы построения решения в задачах с нефиксированным временем процесса. Точность методов и их зависимость от параметров.*

Типовое задание.

№ 1. Построить численное решение следующей задачи оптимального управления и проанализировать зависимость решения от параметров задачи.

$$
\begin{aligned}
&J(u) = T \to \inf, \\
&\dot{x} = A^{\ell} x + b^{\ell} u, \\
&x(0) = a,\ x(T) = 0,\ |u^{i}| \le 1,\ i = 1,2, \\
&\ell = \begin{cases} 1, & S(t,x) < 0, \\ 2, & S(t,x) \ge 0, \end{cases}
\end{aligned}
$$

где $B^{\ell},\ A^{\ell},\ \ell = 1,2$,- матрицы размерности 2×2, a - двумерный вектор, $S(t,x)$ - заданная поверхность переключения. Требуется исследовать оптимальное решение задачи в зависимости от собственных векторов матриц $A^{\ell},\ \ell = 1,2$, выбирая в качестве поверхности переключения следующие случаи:
а) $x_1 + M_1 = 0$, б) $x_2 + M_2 = 0$, в) $\alpha_1 x_1 + \alpha_2 x_2 + M = 0$.

Тема 4*. Математические модели в экономике (непрерывная и дискретная задачи).*

Типовое задание.

№ 1. Построить краевую задачу принципа максимума для модели об оптимальной политики в области рекламной деятельности. Требуется выработать оптимальную политику в области рекламной деятельности, которая стимулирует объем продаж данного продукта за некоторый период времени при следующих условиях: скорость изменения объема продаж уменьшается пропорционально объему продаж и увеличивается пропорционально уровню рекламной деятельности в той части рынка, которая этим продуктом не насыщена. Задача имеет вид

$$\int_{t_0}^{T} x(t)\,dt \to \max,$$
$$\dot{x}(t) = -ax + bu(t)\left[1 - \frac{x(t)}{M}\right],$$
$$x(t_0) = S_0,$$
$$0 \le u(t) \le A,$$

где $x(t)$ - объем продаж в единицу времени; $u(t)$ - уровень рекламной деятельности; M – емкость рынка; a, t_0, T, b, S_0, A - заданные положительные параметры; t_0 и T - начальный и конечный моменты времени соответственно; a - показатель скорости продаж, b - эффективность рекламной деятельности; S_0 - начальный объем продаж; A – максимальный уровень рекламной деятельности.

***Тема 5**. Математические модели нейронных сетей. Обучение нейронных сетей. Нейрокомпьютеры.*

В данном разделе вводятся основные понятия искусственной нейронной сети. Дается анализ математических моделей нейронных сетей различной структуры. Решаются задачи моделирования и обучения нейронных сетей.

Типовое задание.

№ 1. Модель взаимодействия нейронов описывается системой дифференциальных уравнений:

$$\dot{x}_i(t) = -\lambda\left[1 + R\exp\left(-x_i^2(t)\right)\right]x_i(t) +$$
$$+\frac{1}{n-1}\sum_{j=1}^{n} w_{ij}(t)\left(x_j(t) - x_i(t)\right), \text{ если } \sum_{i=1}^{n} x_i < M,$$
$$\dot{x}_i(t) = 0, \text{ если } \sum_{i=1}^{n} x_i \ge M,$$
$$x_i(0) = a_i,\ i = \overline{1,n},$$
$$|\,w_{ij}(t)| \le a_{ij},\ i,j = \overline{1,n}, \text{ п.в. } t \in [0,T],$$

где $\psi_i(t),\ i = \overline{1,n}$ - заданные непрерывные функции, a_i, s_i, c_i, M_i, α_{ij}, R, λ - заданные положительные параметры. Весовые коэффициенты $w_{ij}(t)$, $i,j = \overline{1,n}$, определяющие влияние j -го нейрона на i -й, выбираются из условия минимума функционала $I(w(\cdot))$, в котором подынтегральная функция выбирается в зависимости от программы обучения. Эта функция, характеризует общую энергию нейронной сети и корреляцию с заданным состоянием системы:

$$J(w) = \int_0^T\left[\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n}\alpha_{ij}w_{ij}^2(t) + \sum_{i=1}^{n} s_i\left(x_i(t) - \psi(t)\right)^2\right]dt +$$
$$+\sum_{i=1}^{n} M_i\left(x_i(T) - A_i\right)^2 + \sum_{i=1}^{n} c_i x_i(T).$$

Построить краевую задачу принципа максимума для данной модели нейронной сети.
№2. Записать дискретную аппроксимацию и алгоритм нахождения приближенного решения для задачи № 1.

Тема 6*. Принцип максимума. Устойчивость оптимальных решений. Методы Ляпунова А.*

В этом разделе изучаются необходимые условия оптимальности для задач оптимального управления в виде принципа максимума Понтрягина. Затем рассматривается устойчивость оптимального решения. Для этого можно использовать учебные пособия [2, 6] из списка основной литературы.

Типовые задания.

№1. В следующей задаче, моделирующий процесс погашения эпидемии в неоднородном сообществе, выписать необходимые условия оптимальности, найти оптимальное управление, записать краевую задачу принципа максимума Понтрягина.

$$J(u)=\int_0^T (x_1^2(t)+u^2(t))dt+x_2(T)\to\inf,$$

$$\dot{x}_1(t)=x_1^2(t)-x_2(t)-u(t)x_1(t),$$

$$\dot{x}_2(t)=x_1(t)x_2(t),$$

$$x_i(0)=A_i,\quad i=1,2,$$

$$0\le u(t)\le 1.$$

№2. Исследовать на устойчивость линейную систему $\dot{x}(t)=Ax(t)$, если:

а) $A=\begin{pmatrix}1 & 2 & 0\\ 0 & 1 & 1\\ 1 & 3 & 1\end{pmatrix}$; б) $A=\begin{pmatrix}-2 & -2 & 1\\ 0 & -1 & 4\\ 1 & 0 & -10\end{pmatrix}$.

Тема *7. Численные методы построения оптимального решения (метод проекции градиента, методы внешних и внутренних штрафных функций, итерационные методы) в задачах оптимизации весовых коэффициентов нейронных сетей.*

Типовое задание.

№ 1. Построить алгоритм для решения задачи оптимального управления, используя метод проекции градиента.

Алгоритм построения приближенного оптимального решения (метод проекции градиента)

1. Зададим произвольный набор векторов $(u^l)^{(0)},\quad l=\overline{0,q-1}$, здесь индекс в скобках означает номер итерации, в данном случае – нулевой.

2. Используя начальные значения (x^0) и набор $(u^l)^{(0)}$, вычислим $x^l,\ l=\overline{1,q}$, В результате получим набор векторов $x^1,\dots,x^q$, соответствующий $(u^l)^{(0)}$, который обозначим $(x^l)^{(0)}$.

3. Вычислим значение функции J, используя $(u^l)^{(0)}$ и $(x^l)^{(0)}$, и обозначим эту величину $J^{(0)}$. Здесь верхний индекс в скобках соответствует номеру итерации.

4. Определим сопряженные вектора $(p^{l+1})^{(0)}$ по рекуррентным формулам. Вычисление идёт начиная с индекса q и кончая индексом 1.

5. Найдем управление u_i^l, $l=\overline{0,q-1}$, соответствующее первой итерации $(u^l)^{(1)}$, по формуле (метод градиентного спуска)

$$(u_i^l)^{(k+1)} = (u_i^l)^{(k)} - \alpha^{(k)}\left(\frac{\partial L}{\partial u^l{}_i}\right)^{(k)},$$

где $\alpha^{(k)} > 0$ – величина шага градиентного спуска, $L(x,u,p)$ - функция Лагранжа для данной задачи.

Для новых значений управления проверяем условия выполнения ограничений на управление. Если условие не выполняется, то строим проекцию управление на допустимое множество.

6. Аналогично строим $(x^l)^{(1)}$. Находим значение минимизируемой функции I, используя $(u^l)^{(1)}$ и $(x^l)^{(1)}$, и обозначим эту величину $I^{(1)}$. Вычислим приращение $\Delta I^{(1)} = I^{(0)} - I^{(1)}$.

7. Если $\Delta I^{(1)} > 0$, то заменим на втором шаге $(u^l)^{(0)}$ на $(u^l)^{(1)}$; если $\Delta I^{(k)} \leq 0$, то уменьшим шаг градиентного спуска $\alpha^{(k)}$ в два раза и повторим процесс.

8. Итерационный процесс продолжим до тех пор, пока не выполнится одно из условий $\Delta I^{(k)} < \varepsilon$; $\left\| u^{(k+1)} - u^{(k)} \right\| \leq \varepsilon$; $\left\| x^{(k+1)} - x^{(k)} \right\| \leq \varepsilon$,
где $\varepsilon > 0$ - заданная точность.
Если разбиение шага $\alpha^{(k)}$ не позволяет уменьшить минимизируемый функционал, то уменьшим Δt или перейдем к новому алгоритму.

Тема 8. *Аппроксимация непрерывной модели дискретной. Точность аппроксимации.*

В данном разделе рассматриваются методы построения дискретной аппроксимации непрерывной модели. Вводиться понятие точности и порядка аппроксимации. Для решения рекомендуется использовать учебные пособия [1, 2, 4, 6] из основного списка.

Типовое задание.

№1. Выписать дискретную аппроксимацию непрерывной задачи, моделирующей процесс погашения эпидемии в неоднородном сообществе.

$$\Phi_k(x,u) = \int_0^T [x_1 + x_2 + d(u_1+u_2)]dt + \int_0^T A_k(\max\{-x_1;0\})^{2r} dt + \int_0^T B_k(\max\{-x_2;0\})^{2r} dt + C_k(\max\{-x_1(T);0\})^{2r} + D_k(\max\{-x_2(T);0\})^{2r} \to \inf,$$

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = a_{11}x_1 + a_{12}x_2 - u_1, \\ \dot{x}_2 = a_{21}x_1 + a_{21}x_2 - u_2, \end{cases} \quad x_i(0) = x_{0i}, \quad i = 1,2;$$

№2. Применить для полученной дискретной задачи метод множителей Лагранжа.

Дискретную задачу можно получить из непрерывной заменой производных, например, по схеме Эйлера и интеграла – по правилу левых прямоугольников с шагом дискретизации $\Delta t = Tq^{-1}$. В задаче переход из l– ого состояния в (q+1) – е осуществляется по следующему правилу:

$$x_1^{l+1} = x_1^l + \Delta t(a_{11}x_1^l + a_{12}x_2^l - u_1^l),$$

$$x_2^{l+1} = x_2^l + \Delta t(a_{21}x_1^l + a_{22}x_2^l - u_2^l),$$

с начальными условиями $x_1^0 = x_{01}$; $x_2^0 = x_{02}$.

Управление выбираем на *l*-ом шаге из условия минимума функции:

$$I(x,u) = \Delta t\sum_{l=0}^{q-1}\left(x_1^l + x_2^l + d(u_1^l + u_2^l) + A_k[\max\{-x_1^l;0\}]^2 + B_k[\max\{-x_2^l;0\}]^2\right) +$$

$$+ C_k(\max\{-x_1^q;0\})^2 + D_k(\max\{-x_2^q;0\})^2;$$

Функция Лагранжа для полученной задачи запишется в следующем виде:

$$L(x,u,p,\lambda_0)=\lambda_0\,\Delta t\sum_{l=0}^{q-1}\left(x_1^l + x_2^l + d(u_1^l + u_2^l) + A_k[\max\{-x_1^l;0\}]^2 + B_k[\max\{-x_2^l;0\}]^2\right) +$$

$$+\lambda_0\,[C_k(\max\{-x_1^q;0\})^2 + D_k(\max\{-x_2^q;0\})^2] +$$

$$+ \sum_{l=0}^{q-1} p_1^{l+1}\left(x_1^{l+1} - x_1^l - \Delta t(a_{11}x_1^l + a_{12}x_2^l - u_1^l)\right) +$$

$$+ \sum_{l=0}^{q-1} p_2^{l+1}\left(x_2^{l+1} - x_2^l - \Delta t(a_{21}x_1^l + a_{22}x_2^l - u_2^l)\right).$$

Нерегулярное решение, соответствующее $\lambda_0 = 0$, не существует, так как в этом случае $p_1(t) = p_2(t) = 0$.

Условия стационарности из теоремы о необходимых условиях оптимальности для регулярного случая ($\lambda_0 = 1$), в случае внешних штрафных функций запишем в следующем виде

$$\frac{\partial L}{\partial x_1^l} = \Delta t + p_1^l - p_1^{l+1} - \Delta t a_{11} p_1^{l+1} - a_{21}\Delta t p_2^{l+1} - 2\Delta t A_k \max\{-x_1^l;0\} = 0,$$

$$\frac{\partial L}{\partial x_2^l} = \Delta t - a_{12}\Delta t p_1^{l+1} + p_2^l - p_2^{l+1} - a_{22}\Delta t p_2^{l+1} - 2\Delta t B_k \max\{-x_2^l;0\} = 0 \qquad l = \overline{0,q-1}.$$

$$\frac{\partial L}{\partial x_1^q} = -2C_k \max\{-x_1^q;0\} + p_1^q = 0.$$

$$\frac{\partial L}{\partial x_2^q} = -2D_k \max\{-x_2^q;0\} + p_2^q = 0.$$

$$\frac{\partial L}{\partial u_i^l} = d\Delta t + \Delta t p_i^{l+1}, \quad l = \overline{0,q-1}, \quad i = 1,2.$$

Таким образом, сопряженные вектора в методе внешних штрафных функций определяются с помощью рекуррентных соотношений, с соответствующими граничными условиями

$$p_1^l = -\Delta t + p_1^{l+1} + \Delta t a_{11} p_1^{l+1} + \Delta t a_{21} p_2^{l+1} + 2\Delta t A_k \max\{-x_1^l;0\},$$

$$p_2^l = -\Delta t + \Delta t a_{12} p_1^{l+1} + p_2^{l+1} + a_{22}\Delta t p_2^{l+1} + 2\Delta t B_k \max\{-x_2^l;0\},$$

$p_1^q = 2C_k \max\{-x_1^q;0\}$, $\qquad p_2^q = 2D_k \max\{-x_2^q;0\}$.

Легко убедиться, что если $\Delta t \to 0$, то эти соотношения переходят в дифференциальные уравнения для сопряженных функций в непрерывной задаче.

Тема 9. *Моделирование процессов, описываемых системами дифференциальных уравнений с отклоняющимся аргументом.*

Типовое задание.

№ 1. Выписать необходимое условие оптимальности для следующей задачи с отклоняющимся аргументом.

Процесс распространения заболевания в *n* социальных группах описывается системой 2*n* дифференциальных уравнений с постоянным запаздыванием: $\dot{x}_i(t) = x_i(t)\sum_{j=1}^{n}\frac{a_{ij}y_j(t)}{x_j(t)+y_j(t)}$, $i = \overline{1,n}$, $t\in[0,T]$,

$\dot{y}_i(t) = -x_i(t-h)\sum_{j=1}^{n}\frac{a_{ij}y_j(t-h)}{x_j(t-h)+y_j(t-h)} - \gamma_i y_i(t) - u_i(t)y_i(t)$, $i=\overline{1,n}$, $t\in[0,T]$,

с начальными условиями , заданными непрерывными функциями $\alpha_i(t)$, $b_i(t)$, $i=1,\ldots,n$, на начальном интервале запаздывания $[-h,0]$:

$x_i(t) = \alpha_i(t)$, $y_i(t) = b_i(t)$, $i=1,\ldots,n$, $t\in[-h,0]$,

В предложенной модели процесс распространения заболевания управляется с помощью введения карантина. Затраты на проведение карантина ограничены. Это требование выражается условием

$0 \le u_i(t) \le B_i$, $i = \overline{1,n}$,

где B_i – величина , характеризующая максимальную часть инфицированных людей, отправленных на карантин .

Целью является минимизация количества инфицированных людей , людей , находящихся на карантине , и затрат на карантин во всех социальных группах:

$$\int_0^T\sum_{i=1}^{n}\left(y_i(t)+u_i(t)y_i(t)+c_iu_i(t)\right)dt \to \inf ,$$

где T – фиксированное время процесса , на котором рассматривается распространение заболевание , c_i – стоимость изоляции i –ой социальной группы.

Тема 10. *Моделирование процессов, описываемых интегро-дифференциальными уравнениями. Модель «Хищник-Жертва».*

В этом разделе изучаются постановки задач, которые формализуют модель «Хищник – Жертва». Для данных моделей применяется теория оптимального управления. Исследуется влияние параметров модели на решение задачи. При решении заданий из данного раздела можно использовать учебные пособия [2, 3, 4] из основного списка литературы.

Типовое задание.

№ 1. Записать краевую задачу принципа максимума Понтрягина для модели «Хищник – Жертва» (Лотки Вольтерра):

Требуется найти максимум функционала

$$I(u)=\int_0^T\sum_{i=1}^{2}(\rho_i-c_i)N_i u_i\,dt+\sum_{i=1}^{2}M_i\left(N_i(T)-A_i\right)^2$$

при динамических ограничениях:

$$\dot{N}_1=N_1(a_1-\gamma_1 N_2)-u_1N_1, \qquad \dot{N}_2=N_2(-a_2+\gamma_2 N_1)-u_2N_2,$$

$$0\le u_i\le b_i, \quad b_i>0, \quad i=1,2,$$

фазовое ограничение задано системой неравенств $N_i(t)\ge 0, \quad t\in[0,T]$.

***Тема 11**. Нейронная сеть, описываемая системой интегро-дифференциальными уравнениями. Учет эффекта запаздывания сигнала в нейронных сетях. Случай малого запаздывания.*

<u>Типовое задание.</u>

№ 1. Для следующих моделей нейронной сети применить необходимые условия оптимальности и исследовать зависимость решения от величины запаздывания. Динамические свойства систем связанных "нейронов" могут быть смоделированы следующими системами нелинейных дифференциальных уравнений

а) $$\dot{x}_i(t)=-\beta_i x_i(t)+f_i^s\left(\sum_{j=1}^{n}w_{ij}(t-h)x_j(t)+\sum_{j=1}^{n}b_{ij}(t)u_j(t)\right),$$

б) $$\dot{x}_i(t)=-\beta_i x_i(t)+f_i^s\left(\sum_{j=1}^{n}w_{ij}(t)x_j(t-h)\right)+\sum_{j=1}^{n}b_{ij}(t)u_j(t),$$

в) $$\dot{x}_i(t)=-\beta_i x_i(t-h)+sign\left(\sum_{j=1}^{n}w_{ij}(t)x_j(t)+\sum_{j=1}^{n}b_{ij}(t)u_j(t)\right),$$

$$x_i(0)=a_i, \ i=\overline{1,n}, \ t\in[0,T].$$

$$\ell=\begin{cases}1, & S(t,x)<0,\\ 1, & S(t,x)\ge 0.\end{cases}$$

Здесь каждая функция $x_i(t)$, $i=\overline{1,n}$, есть действительная функция состояния i -го "нейрона", функция $u_i(t)$, $i=\overline{1,m}$, является внешним воздействием на i -й "нейрон". Коэффициенты $w_{ij}(t)$, $i,j=\overline{1,n}$, обозначают веса или "синоптические связи", b_{ij} - интенсивность внешних воздействий. Функции f_i (функции активации) характеризуют, как i -й "нейрон" реагирует на совокупный сигнал. Некоторые авторы полагают, что изменяя внешний сигнал можно управлять каждым нейроном, но разумно предположить, что число таких входов гораздо меньше, чем число функций состояния, т.е. $m<<n$.

Весовые коэффициенты $w_{ij}(t)$ и внешние сигналы $u_i(t)$ должны быть выбраны так, чтобы минимизировать заданный функционал

$$J(w,u)=\int_0^T E(t,w(t),u(t),x(t))dt+\Phi(x(T))$$

с учетом следующих ограничений на весовые коэффициенты и внешние воздействия:

$$|w_{ij}(t)| \le A_{ij},\ i,j=\overline{1,n},\ |u_j(t)| \le B_j,\ j=\overline{1,m}$$,

где $A_{ij},\ B_j$ - заданные положительные числа.

Глоссарий.

Детерминированная модель
Стохастическая модель
Параметры модели
Статистические методы
Устойчивость решений
Весовые коэффициенты
Детерминированная система
Дискретная система
Допустимое управление
Критерий качества
Модель
Нейронная сеть
Оптимальное управление
Особое оптимальное управление
Порядок аппроксимации
Стохастическая система
Точка переключения управления
Условие Келли
Устойчивость оптимального решения
Функция штрафа
Целевой функционал
Эволюционная система
Экстремум, минимум, максимум
Экстремальная задача
Регулярное решение
Нерегулярное решение
Регулярная функция Лагранжа
Дискретная задача оптимального управления (ДЗОУ)
Локально оптимальный процесс в ДЗОУ
Необходимые условия оптимальности для ДЗОУ
Задача оптимального управления (ЗОУ)
Функция состояния системы
Оптимальный процесс
Теорема Принцип максимума для ЗОУ
Краевая задача принципа максимума
Эвристический подход к выводу условий теоремы Принцип максимума
Сопряженная функция
Задача оптимального управления с нефиксированными моментами времени
Задача быстродействия
Принцип оптимальности Беллмана для непрерывной ЗОУ
Управление-синтез

Функция Беллмана
Теорема о достаточном условии оптимальности синтеза
Алгоритм построения оптимального процесса на основе оптимального синтеза
Достаточные условия оптимальности
Метод проекции градиента для задачи нелинейного программирования
Метод градиентного спуска (проекции градиента) с дроблением шага спуска
Метод последовательных приближений решения ДЗОУ
Динамическое программирование
Метод динамического программирования
Схема Беллмана
Управление-синтез

IV. Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине.

1. Типовые контрольные задания для проверки уровня сформированности компетенции ПК-1 «Готовность к использованию метода системного моделирования при исследовании и проектировании программных систем».

Этап формирования компетенции, в котором участвует дисциплина	Типовые контрольные задания для оценки знаний, умений, навыков (2-3 примера)	Показатели и критерии оценивания компетенции, шкала оценивания
Промежуточный, **владеть.**	Записать краевую задачу принципа максимума Понтрягина для модели «Хищник – Жертва» (Лотки Вольтерра)	Уверенное владение, задание полностью выполнено – 7 баллов. Наличие отдельных ошибок – 3 – 6 баллов. Большое количество ошибок – 0 баллов.
Промежуточный, **уметь.**	Для моделей нейронной сети применить необходимые условия оптимальности и исследовать зависимость решения от величины запаздывания.	Правильное выполнение задания – 6 баллов. Наличие отдельных ошибок – 3 – 5 баллов. Большое количество ошибок, решение не дано или дано неверное решение– 0 баллов.
Промежуточный, **знать.**	Принцип максимума в задачах с нефиксированным временем, теорема о числе переключений для линейной системы.	Глубокие знания – 4 балла. Неуверенные знания – 2 – 3 балла. Серьезные пробелы в знаниях, ошибки – 0 баллов

V. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины.

а) Основная литература:

1. Андреева Е. А., П. В. Кратович. **Оптимизация нейронных сетей :** учебное пособие /; М-во образования и науки РФ, ФГБОУ ВО "Твер. гос. ун-т". - Тверь : Тверской государственный университет, 2015.
   Ссылка на ресурс: http://texts.lib.tversu.ru/texts/10362ogl.pdf
2. Галагуз Ю.П. Интеллектуальные системы [Электронный ресурс] : учебно-методическое пособие / Ю. П. Галагуз; сост. Ю.П. Галагуз. - Москва : Московский государственный строительный университет, Ай Пи Эр Медиа, ЭБС АСВ, 2015. - 57 с. - Книга находится в базовой версии ЭБС IPRbooks. - ISBN 978-5-7264-1169-9.
   Ссылка на ресурс: http://www.iprbookshop.ru/39786.html

б) Дополнительная литература:

1 Андреева Е.А., Цирулёва В.М. Дискретная оптимизация: Учеб. пособие с грифом УМО. Тверь: ТвГУ, 2002. Калемаев В.А. Математическая экономика. М., 1998.

2 Андреева Е.А., Колмановский Л.Е., Шайхет Л.Е. Управление системами с последействием. М., Наука, 1992.

3 Евтушенко Ю.Г. Методы решения экстремальных задач и их применение в системах оптимизации. М., Наука. 1982.

4 Вольтерра В. Математическая теория борьбы за существование. М., Наука, 1976.

5 Андреева Е.А., Семина Ю.В. Принцип максимума для задач с нефиксированным временем. Метод. разработка ТГУ, 2002.

6 Гурман В.И. Основы макроэкономического анализа. ТвГУ, 1995.

7 Цыганков В.Д. Нейрокомпьютер и его применение. М., 1993.

8 Андреева Е.А., Болодурина И.П. Приложение нейронных сетей в математическом моделировании. Оренбург, ОГУ, 2009.

9 Андреева Е.А., Болодурина И.П. и др. Математическое моделирование и оптимальное управление. Оренбург, ОГУ, 2009.

10 Методы и алгоритмы исследования задач оптимального управления. Сборник научных трудов, ТвГУ, 2000.

11 Оптимальное управление динамическими системами. Сборник научных трудов, ТвГУ, 2001.

12 Андреева Е.А., Ждид М.А. Дискретные задачи оптимального управления. Метод. пособие, ТвГУ, 2002.

13 Новиков Д.А., Петраков С.Н. Курс теории активных систем. М., 1999.

14 Гурман В.И. Принцип расширения в задачах управления. М., Наука, 1985.

15 Васильев А.Б., Тихонов Н.А. Интегральные уравнения. М.: Изд. МГУ, 1989.

16 Колесин И,Д. Математические модели субкультур Издательство С. петербургского университета .2007
17 Брюхомицкий Ю.А.Нейросетевые модели для систем информационной безопасности .Учебное пособие 2010
18 Андреева Е.А. Оптимальное управление динамическими системами. Ч. 1, 2. Тверь, 1999.
19 Андреева Е.А., Цирулёва В.М. Вариационное исчисление и методы оптимизации Высшая школа. Москва .2006

VI. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины.

www.exponenta.ru

VII. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины.

Для успешного усвоения материала данной учебной дисциплины, в частности, для выработки навыков решения задач необходима систематическая самостоятельная работа студентов по подготовке к лабораторным (практическим) занятиям.

VIII. Перечень педагогических и информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине, включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем (по необходимости):

1) проведение лекционных занятий в аудитории и в компьютерном классе,
2) выполнение студентами индивидуальных заданий на занятиях в компьютерном классе,
3) использование программного обеспечения (Microsoft Office: Word, Excel, PowerPoint; Maple, Embarcadero RAD Studio).

IX. Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине.

Материально-техническое обеспечение данной дисциплины: лекционная аудитория, аудитория для проведения практических занятий с мультимедийными средствами, компьютерный класс.

X. Сведения об обновлении рабочей программы дисциплины.

№п.п.	Обновленный раздел рабочей программы дисциплины.	Описание внесенных изменений.	Дата и протокол заседания кафедры, утвердившего изменения.
1.	Разделы I, III, IV,V.	Обновление компетенций, ФОС, списка литературы	Каф. КБиММУ, 09.06.2016 г, протокол № 7