

Документ подписан простой электронной подписью  
Информация о владельце:  
ФИО: Смирнов Сергей Николаевич  
Должность: врио ректора  
Дата подписания: 10.10.2023 09:45:21  
Уникальный программный ключ:  
69e375c64f7e975d4e8830e7b4fcc2ad1bf35f08

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации

ФГБОУ ВО «Тверской государственный университет»



Утверждаю:

Руководитель ООП

 А.А. Голубев

«16» 06 2021 г.

Рабочая программа дисциплины (с аннотацией)

## Ортогональные полиномы

Направление подготовки

**01.03.01 Математика**

Профиль подготовки

**Преподавание математики и информатики**

Для студентов 2 курса

Форма обучения очная

Составитель:



к.ф.-м.н., доцент Могилевский И.И.

Тверь, 2021

## **I. Аннотация**

### **1. Цель и задачи дисциплины**

Целями освоения дисциплины «Ортогональные полиномы» являются изучение и усвоение идеи ортогональных систем функций, которая необходима для освоения ООП и последующей профессиональной деятельности.

Задачами освоения дисциплины являются овладение математическим аппаратом, изученным в данном курсе и формирование умения применять изученные математические методы при построении математических моделей, возникающих при решении профессиональных практических задач.

### **2. Место дисциплины в структуре ООП**

Дисциплина относится к формируемой участниками образовательных отношений части блока 1 – к дисциплинам, углубляющим универсальные компетенции и формирующим профессиональные компетенции.

Дисциплина «Ортогональные полиномы» имеет логические и содержательно методические связи со следующими курсами ООП: «Математический анализ», «Дифференциальные уравнения», «Уравнения в частных производных». Для освоения дисциплины необходимы знание курсов «Математический анализ» и «Дифференциальные уравнения» и наличие устойчивых навыков работы с объектами этих курсов.

**3. Объем дисциплины:** 3 зачетных единицы, 108 академических часов, в том числе:

**контактная аудиторная работа:** 51 час,

в том числе:

лекции 17 часов, в том числе практическая подготовка 0 часов, практические занятия 34 часа, в том числе практическая подготовка 6 часов;

**самостоятельная работа:** 57 часов, в том числе контроль 0 часов.

**4. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы**

<b>Планируемые результаты освоения образовательной программы (формируемые компетенции)</b>	<b>Планируемые результаты обучения по дисциплине</b>
ПК-2 Способен осуществлять научно-исследовательскую работу на основе математических и естественных наук, основ программирования и информационных технологий	ПК-2.1 Актуализирует базовые знания, полученные в области математических и естественных наук, программирования и информационных технологий  ПК-2.2 Формулирует и решает стандартные задачи в собственной научно-исследовательской деятельности в математике и информатике

	ПК-2.3 Проектирует научное исследование в соответствии с задачами профессиональной деятельности
--	---

**5. Форма промежуточной аттестации и семестр прохождения:**  
зачет (4-й семестр).

**6. Язык преподавания** русский.

**II. Содержание дисциплины, структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий**

Учебная программа – наименование разделов и тем	Все- го (час.)	Контактная работа (час.)				Самостоя- тельная работа, в том числе контроль (час.)
		Лекции		Практические занятия		
		всего	<i>в т.ч. прак- тическая подгото вка</i>	всег о	<i>в т.ч. прак- тическая подготов ка</i>	
Полная тригонометрическая система, ее ортогональность.	4	1	0	1	0	2
Вычисление коэффициентов Фурье.	4	0	0	1	0	3
Ряды косинусов и ряды синусов.	5	2	0	1	0	2
Примеры разложения функций в тригонометрические ряды.	4	0	0	1	2	3
Зависимость скорости убывания коэффициентов Фурье от гладкости функции.	6	0	0	2	0	4
Теорема Римана об убывании коэффициентов Фурье.	3	1	0	1	0	1
Интегральная формула для частичной суммы ряда Фурье.	5	1	0	1	0	3
Сходимость ряда Фурье для гладкой функции.	7	2	0	2	0	3

Теорема Вейерштрасса о тригонометрической аппроксимации.	5	1	0	2	0	2
Равенство Парсеваля.	6	1	0	2	0	3
Интегральная формула Валле-Пуссена.	7	1	0	2	2	4
Производящая функция для полиномов Лежандра.	6	1	0	2	0	3
Рекуррентная формула для полиномов Лежандра.	5	0	0	2	0	3
Дифференциальное уравнение для полиномов Лежандра.	4	1	0	2	0	1
Ортогональность полиномов Лежандра.	5	1	0	2	0	2
Тождество Кристоффеля.	5	0	0	1	0	4
Формула Родрига.	6	1	0	2	0	3
Интегральное представление полиномов Лежандра.	10	2	0	2	2	6
Оценка полиномов Лежандра.	6	1	0	2	0	3
Сходимость ряда из полиномов Лежандра.	5	0	0	3	0	2
<b>ИТОГО</b>	<b>108</b>	<b>17</b>	<b>0</b>	<b>34</b>	<b>6</b>	<b>57</b>

### III. Образовательные технологии

Преподавание учебной дисциплины строится на сочетании аудиторных занятий и различных форм самостоятельной работы студентов.

Также на занятиях практикуется самостоятельная работа студентов, выполнение заданий в малых группах, письменные работы, моделирование дискуссионных ситуаций, работа с раздаточным материалом, привлекаются ресурсы сети INTERNET. Курс предусматривает выполнение

самостоятельных работ, письменных домашних заданий, составление компьютерных программ. В качестве форм контроля используются различные варианты взаимопроверки и взаимоконтроля.

Используется взаимодействие студентов с одной стороны и преподавателя с другой, а также студентов между собой и с преподавателем во время практических занятий.

#### **Образовательные технологии**

1. Дискуссионные технологии.
2. Информационные (цифровые).
3. Технологии развития критического мышления.

#### **Современные методы обучения**

1. Активное слушание.
2. Лекция (традиционная).

### **IV. Оценочные материалы для проведения текущей и промежуточной аттестации**

#### *1. Оценочные материалы для проведения текущей аттестации*

##### **Контрольные вопросы и задания**

1. Какие функции содержит ряд Фурье для функции  $f(x)=x$  на отрезке  $[-\pi,\pi]$ ?
2. Какие функции содержит ряд Фурье для функции  $f(x) = 1 + x^2$  на отрезке  $[-\pi,\pi]$ ?
3. Запишите равенство Парсеваля для функции  $f(x)=x$ .
4. Сходится ли ряд Фурье по синусам для функции  $f(x)=x$  в конечных точках отрезка  $[0,\pi]$ ?
5. Укажите три первых полинома Лежандра.
6. Проверьте рекуррентную формулу для полиномов  $P_1, P_2, P_3$ .
7. Проверьте ортогональность функции  $f(x)=x$  и полинома  $P_2$ .
8. Проверьте выполнение дифференциального уравнения Лежандра для полинома  $P_2$ .

#### *2. Оценочные материалы для проведения промежуточной аттестации*

<b>Планируемый образовательный результат (компетенция, индикатор)</b>	<b>Типовые контрольные задания</b>	<b>Критерии оценивания и шкала оценивания</b>
ПК-2 Способен осуществлять научно-исследовательскую работу на основе математических и	1. Разложите в ряды по синусам и по косинусам на отрезке $[0,\pi]$ функцию $f(x) = 2$ . 2. Запишите для функции	<i>Полно и правильно даны ответы на все поставленные вопросы, приведены необходимые примеры; студент</i>

<p>естественных наук, основ программирования и информационных технологий.</p> <p><i>ПК-2.1</i> <i>Актуализирует базовые знания, полученные в области математических и естественных наук, программирования и информационных технологий</i></p> <p><i>ПК-2.2</i> <i>Формулирует и решает стандартные задачи в собственной научно-исследовательской деятельности в математике и информатике</i></p> <p><i>ПК-2.3</i> <i>Проектирует научное исследование в соответствии с задачами профессиональной деятельности</i></p>	<p><math>f(x) = x^2</math> равенство Парсеваля на отрезке <math>[-\pi, \pi]</math>.</p> <p>3. Разложите функцию <math>f(x) = x^2</math> в ряд по полиномам Лежандра.</p> <p>4. Составьте компьютерную программу для вычисления коэффициентов Фурье функции, заданной таблично.</p> <p>5. Составьте компьютерную программу для разложения в ряд по полиномам Лежандра функции, заданной таблично.</p> <p>6. Составьте компьютерную программу для вычисления среднеквадратического отклонения частичной суммы ряда по полиномам Лежандра от заданной функции.</p>	<p><i>показывает понимание излагаемого материала – 30 – 40 баллов.</i></p> <p><i>Полно и правильно даны ответы на все поставленные вопросы, приведены примеры, однако имеются неточности; в целом студент показывает понимание изученного материала – 20 – 29 баллов.</i></p> <p><i>Ответ дан в основном правильно, но недостаточно аргументированы выводы, приведены не все необходимые примеры – 10 - 19 баллов.</i></p> <p><i>Даны неверные ответы на поставленные вопросы – 0 - 9 баллов.</i></p>
---	---	---

## V. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

### 1) Рекомендуемая литература

#### Основная литература:

1. Фихтенгольц, Г. М. Курс дифференциального и интегрального исчисления В 3-х тт. Том 3 / Г. М. Фихтенгольц. — 14-е изд., стер. — Санкт-Петербург : Лань, 2023. — 656 с. — ISBN 978-5-507-47239-0. — Текст : электронный //

Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/351872>

2. Джексон, Д. Ряды Фурье и ортогональные полиномы / Д. Джексон ; пер. с англ. А. М. Гутерман. – Москва : Государственное издательство иностранной литературы, 1948. – 259 с. : ил. – Режим доступа: по подписке. – URL: <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=256644>

#### **Дополнительная литература:**

1. Суетин, П. К. Классические ортогональные многочлены / П. К. Суетин. – Изд. 2-е, доп. – Москва : Наука, 1979. – 415 с. : ил. – Режим доступа: по подписке. – URL: <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=464157>

#### *2) Программное обеспечение*

Google Chrome	бесплатное ПО
Яндекс Браузер	бесплатное ПО
Kaspersky Endpoint Security 10	акт на передачу прав ПК545 от 16.12.2022
Многофункциональный редактор ONLYOFFICE	бесплатное ПО
ОС Linux Ubuntu	бесплатное ПО

#### *3) Современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы*

<b>№ п/п</b>	<b>Вид информационного ресурса, наименование информационного ресурса</b>	<b>Адрес (URL)</b>
1	ЭБС «Znanium.com»	<a href="https://znanium.com/">https://znanium.com/</a>
2	ЭБС «ЮРАИТ»	<a href="https://urait.ru/">https://urait.ru/</a>
3	ЭБС «Университетская библиотека онлайн»	<a href="https://biblioclub.ru/">https://biblioclub.ru/</a>
4	ЭБС IPR SMART	<a href="http://www.iprbookshop.ru/">http://www.iprbookshop.ru/</a>
5	ЭБС «ЛАНЬ»	<a href="http://e.lanbook.com">http://e.lanbook.com</a>
6	ЭБС ТвГУ	<a href="http://megapro.tversu.ru/megapro/Web">http://megapro.tversu.ru/megapro/Web</a>
7	Репозиторий ТвГУ	<a href="http://eprints.tversu.ru">http://eprints.tversu.ru</a>
8	Ресурсы издательства Springer Nature	<a href="http://link.springer.com/">http://link.springer.com/</a>
9	СПС КонсультантПлюс (в сети ТвГУ)	



## **VI. Методические материалы для обучающихся по освоению дисциплины**

### **Список вопросов к зачету**

1. Полная тригонометрическая система, ее ортогональность.
2. Вычисление коэффициентов Фурье.
3. Примеры разложения функций в тригонометрические ряды.
4. Теорема Римана об убывании коэффициентов Фурье.
5. Интегральная формула для частичной суммы ряда Фурье.
6. Сходимость ряда Фурье для гладкой функции.
7. Теорема Вейерштрасса о тригонометрической аппроксимации.
8. Равенство Парсеваля.
9. Интегральная формула Валле-Пуссена.
10. Определение полиномов Лежандра через производящую функцию.
11. Рекуррентная формула для полиномов Лежандра.
12. Дифференциальное уравнение для полиномов Лежандра.
13. Ортогональность полиномов Лежандра.
14. Разложение функции в ряд по полиномам Лежандра.

### **Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины**

Самостоятельная работа студента заключается в усвоении необходимого теоретического материала, подготовке ответов на вопросы, решении задач, подготовке и выступлении с докладом.

Методические указания по изучению дисциплины

Организуя свою учебную работу, студенты должны:

*Во-первых*, выявить рекомендуемый режим и характер учебной работы по изучению теоретического курса, практическому применению изученного материала, по выполнению заданий для самостоятельной работы, по использованию информационных технологий и т.д.

*Во-вторых*, ознакомиться с указанным в методическом материале по дисциплине перечнем учебно-методических изданий, рекомендуемых студентам для подготовки к занятиям и выполнения самостоятельной работы, а также с методическими материалами на бумажных и/или электронных носителях, выпущенных кафедрой своими силами и предоставляемые студентам во время занятий.

*1. Работа с учебными пособиями.* Для полноценного усвоения курса студент должен, прежде всего, овладеть основными понятиями этой дисциплины. Необходимо усвоить определения и понятия, уметь приводить их точные формулировки, приводить примеры объектов, удовлетворяющих этому определению. Кроме того, необходимо знать круг фактов, связанных с данным понятием. Требуется также знать связи между понятиями, уметь устанавливать соотношения между классами объектов, описываемых различными понятиями.

*2. Самостоятельное изучение тем.* Самостоятельная работа студента

является важным видом деятельности, позволяющим хорошо усвоить изучаемый предмет и одним из условий достижения необходимого качества подготовки и профессиональной переподготовки специалистов. Она предполагает самостоятельное изучение студентом рекомендованной учебно-методической литературы, различных справочных материалов, написание рефератов, выступление с докладом, подготовку к лекционным и практическим занятиям, подготовку к экзамену.

3. *Подготовка к практическим занятиям.* При подготовке к практическим занятиям студентам рекомендуется следовать методическим рекомендациям по работе с учебными пособиями, приведенным выше.

4. *Составление конспектов.* В конспекте отражены основные понятия темы. Для наглядности использованы схемы и таблицы.

5. *Подготовка к зачету.* При подготовке к зачету студенты должны использовать как самостоятельно подготовленные конспекты, так и материалы, полученные в ходе занятий.

Качество усвоения студентом каждой дисциплины оценивается по 100-балльной шкале.

Интегральная рейтинговая оценка (балл) по каждому (периоду обучения) складывается из оценки текущей работы студентов на семинарских и практических занятиях, выполнения индивидуальных творческих заданий и др. и оценки за выполнение студентом учебного задания при рейтинговом контроле успеваемости. При этом доля баллов, выделенных на рейтинговый контроль не должна превышать 50% общей суммы баллов данного модуля (периода обучения).

Максимальная сумма баллов по учебной дисциплине, заканчивающейся зачетом, по итогам семестра составляет 100 баллов (50 баллов – 1-й модуль и 50 баллов – 2-й модуль).

Студенту, набравший 40 баллов и выше по итогам работы в семестре, в экзаменационной ведомости и зачетной книжке выставляется оценка «зачтено». Студенту, набравшему до 39 баллов включительно, сдает зачет,

Согласно подходам балльно-рейтинговой системы в рамках оценки знаний, умений, владений (умений применять) и (или) опыта деятельности дисциплины установлены следующие аспекты:

- Содержание учебной дисциплины в рамках одного семестра делится на два модуля (периода обучения). По окончании модуля (периода обучения) осуществляется рейтинговый контроль успеваемости знаний студентов.

- Сроки проведения рейтингового контроля:

*осенний семестр* – I рейтинговый контроль успеваемости проводится согласно графику учебного процесса, II рейтинговый контроль успеваемости – две последние недели фактического завершения семестра по графику учебного процесса;

*весенний семестр* – I рейтинговый контроль успеваемости проводится согласно графику учебного процесса, II рейтинговый контроль успеваемости – две последние недели фактического завершения семестра по графику учебного процесса.

## VII. Материально-техническое обеспечение дисциплины

Наименование специальных помещений и помещений для самостоятельной работы	Оснащенность специальных помещений и помещений для самостоятельной работы	Перечень лицензионного программного обеспечения. Реквизиты подтверждающего документа
<p>Учебная аудитория для проведения занятий лекционного типа, занятий семинарского типа, курсового проектирования (выполнения курсовых работ), групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации, учебная аудитория: № 312 (170002 Тверская обл., г. Тверь, пер. Садовый, д. 35)</p>	<p><i>Интерактивная система Promethean ActivBoard 587.</i> <i>Комплект учебной мебели, интерактивная система.</i></p>	<p>Google Chrome – бесплатно Kaspersky Endpoint Security 10 для Windows – Акт на передачу прав ПК545 от 16.12.2022 Lazarus – бесплатно OpenOffice – бесплатно Многофункциональный редак-тор ONLYOFFICE бесплатное ПО – бесплатно ОС Linux Ubuntu бесплатное ПО – бесплатно</p>

## VIII. Сведения об обновлении рабочей программы дисциплины

№ п.п.	Обновленный раздел рабочей программы дисциплины	Описание внесенных изменений	Дата и № протокола заседания кафедры / методического совета факультета, утвердившего изменения
1.	V. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины	1) Рекомендуемая литература – актуализация списка	Решение научно-методического совета математического факультета (протокол №1 от 20.09.2022 г.)

2.	V. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины	1) Рекомендуемая литература – актуализация списка	Решение научно-методического совета математического факультета (протокол №1 от 19.09.2023 г.)
----	--	---	---