

Документ подписан простой электронной подписью  
Информация о владельце:  
ФИО: Смирнов Сергей Николаевич  
Должность: врио ректора  
Дата подписания: 20.10.2023 14:33:41  
Уникальный программный ключ:  
69e375c64f7e975d4e8830e7b4fcc2ad1bf35f08

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации  
ФГБОУ ВО «Тверской государственный университет»

Утверждаю:  
Руководитель ООП  
С.М. Дудаков  
2021 г.



Рабочая программа дисциплины (с аннотацией)

## МЕТОДЫ ЧИСЛЕННОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ И АНАЛИЗА ДИНАМИЧЕСКИХ СИСТЕМ

Направление подготовки  
01.03.02 Прикладная математика и информатика

Направленность (профиль)  
Математическое моделирование

Для студентов 3 курса  
Очная форма

Составитель: к.ф.м.н. Васильев А.А.

Тверь, 2021

## **I. Аннотация**

### **1. Цели и задачи дисциплины**

Целями и задачами освоения дисциплины являются освоение методов математического моделирования и моделей динамических систем, описываемых дифференциальными и разностными уравнениями, метода конечных элементов для моделирования и анализа поведения физико-механических систем.

### **2. Место дисциплины в структуре ООП**

Дисциплина относится к Части, формулируемой участниками образовательных отношений Блока 1.

Дисциплина находится в логической и содержательно-методической взаимосвязи и требует знаний и умений, формируемых в результате алгебры, математического анализа, языка программирования, практикум на ЭВМ, дифференциальных уравнений, уравнения математической физики, численные методы.

Дисциплина необходима как предшествующая, в частности, для дисциплин по выбору, преддипломной практики, выполнения ВКР.

**3. Объем дисциплины: 5 зачетных единиц, 180 академических часов, в том числе:**

**контактная аудиторная работа:** лабораторные работы 60 часов, в т.ч.

практическая подготовка 0 часов;

**контактная внеаудиторная работа:** контроль самостоятельной работы

\_\_\_\_\_ часов, в том числе курсовая работа \_\_\_\_\_ часов;

**самостоятельная работа:** 120 часов, в том числе контроль 36 часов.

### **4. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы**

Планируемые результаты освоения образовательной программы (формируемые	Планируемые результаты обучения по дисциплине
--	---

компетенции)	
ПК-2 Способен понимать, совершенствовать и применять современный математический аппарат	ПК-2.1 Знает и понимает современный математический аппарат ПК-2.2 Применяет современный математический аппарат к решению научных задач

**5. Форма промежуточной аттестации и семестр прохождения:** экзамен, 5 семестр.

**7. Язык преподавания** русский.

**II. Содержание дисциплины, структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий**

Учебная программа – наименование разделов и тем	Всего	Контактная работа		Самостоятел ьная работа, в том числе Контроль (час.)
		Лаборатор ные работы	Контроль самостоятель ной работы	
1. Введение. Математические модели динамики популяций	12	4	0	8

2. Динамические макроэкономические модели	12	4	0		8
3. Алгоритм конечно-элементной формализации. Математическая постановка задачи	84	28	0		56
4. Методы и алгоритмы решения задач статики и динамики	72	24	0		48
Итого:	180	60	0		120

### **Учебная программа дисциплины**

**Тема 1.** Введение. Математические модели динамики популяций.

Математическое моделирование. Динамические системы. Общая математическая формулировка задачи в виде задачи Коши с параметрами. Примеры.

Экологических модели: динамика численности популяций.

Одновидовые модели. Гипотезы моделей, методы их реализации. Разностная и дифференциальная модели. Сопоставление решений. Пример сравнительного анализа стратегий использования ресурсов.

Двухвидовые модели, гипотезы моделей, методы реализации гипотез: модель хищник – жертва; конкурирующие виды, симбиоз; другие ситуации, их моделирование. Постановки задач анализа, примеры анализа систем.

**Тема 2.** Динамические макроэкономические модели.

Однопродуктовая динамическая макроэкономическая модель: структурная схема, предположения, их отражение в математической модели; открытая и замкнутая одно-продуктовые модели Леонтьева.

Двухпродуктовая динамическая макроэкономическая модель: структурная схема, гипотезы, математическая реализация. Разностные и дифференциальные формулировки.

Многопродуктовая модель.

Моделирование запаздывания освоения капитальных вложений.

**Тема 3.** Алгоритм конечно-элементной формализации. Математическая постановка задачи

Алгоритм МКЭ конечно-элементной формализации информации о системе, основные понятия: конечно-элементная дискретизация системы; локальная и глобальная нумерация узлов; нумерация конечных элементов; формализация информации о геометрии системы; формализация и задание информации о физико-механических характеристиках; матрица соответствия локальной и глобальной нумераций; формализация информации о граничных условиях; формализация информации о силовом нагружении. Визуализация системы, ее деформаций.

Кинетическая, потенциальная, полная энергии. Вариационная постановка задачи нахождения деформаций. Дифференциальная постановка задачи.

**Тема 4.** Методы и алгоритмы решения задач статики и динамики.

Решение задач статики минимизацией полной энергии. Алгоритм формирования полной энергии с использованием конечно-элементного описания и возможностей выполнения аналитических преобразований на ПК. Метод локальных вариаций. Алгоритм реализации.

Сведение задачи минимизации к системе уравнений. Алгоритм построения системы уравнений с использованием возможности выполнения символических преобразований на ПК. Итерационные методы решения.

Постановка задачи Коши для моделирования динамики системы. Алгоритм решения задачи статики методом установления.

Пример: моделирование динамики стержневой системы с учетом геометрической нелинейности.

### III. Образовательные технологии

Учебная программа – наименование разделов и тем	Вид занятия	Образовательные технологии
1. Введение. Математические модели динамики популяций	Лекции, практические занятия	1. Изложение теоретического материала 2. Решение задач
2. Динамические макроэкономические модели	Лекции, практические занятия	1. Изложение теоретического материала 2. Решение задач
3. Алгоритм конечно-элементной формализации. Математическая постановка задачи	Лекции, практические занятия	1. Изложение теоретического материала 2. Решение задач
4. Методы и алгоритмы решения задач статики и динамики	Лекции, практические занятия	1. Изложение теоретического материала 2. Решение задач

В процессе освоения дисциплины используются следующие образовательные технологии, способы и методы формирования компетенций: лабораторные работы, выполнение расчетно-графических работ, компьютерное моделирование с использованием современных пакетов прикладных программ; изучение возможностей как численного, так и аналитического

решения задач на ПК служит активному применению математических методов и персональных компьютеров в решении задач; запланирована самостоятельная работа студентов по освоению подпакетов с использованием обучающих программ, интернет ресурсов.

#### **IV. Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине**

**ПК-2** Способен понимать, совершенствовать и применять современный математический аппарат

**ПК-2.1** Знает и понимает современный математический аппарат

1. Каковы стандартные вопросы при качественном исследовании динамических систем.
2. Привести пример команд пакета DEtools пакета Maple для исследования динамических систем на основе дифференциальных моделей
3. Сформулировать метод локальных вариаций для решения задачи статики на основе вариационной постановки
4. Сформулировать идею и метод решения задачи статики методом установления

Способ проведения – устный.

Критерии оценивания:

Дан правильный развернутый ответ – 3 балла.

Ответ содержит отдельные неточности – 2 балла.

Ответ не полный, содержит существенные неточности – 1 балл.

Ответ не дан – 0 баллов.

**ПК-2.2** Применяет современный математический аппарат к решению научных задач

1. Привести пример экологической одновидовой модели и ее анализа с использованием команд подпакета DEtools
2. Привести пример экологической двухвидовой модели и ее анализа с использованием команд подпакета DEtools
3. Сформулировать алгоритм решения задачи статики методом локальных вариаций
4. Сформулировать алгоритм решения задачи статики методом установления

Способ проведения – устный.

Критерии оценивания:

Дан правильный развернутый ответ – 3 балла.

Ответ содержит отдельные неточности – 2 балла.

Ответ не полный, содержит существенные неточности – 1 балл.

Ответ не дан – 0 баллов.

## **V. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины**

### 1) Рекомендуемая литература

#### а) основная литература:

1. Поршнева, С. В. Компьютерное моделирование физических процессов в пакете MATLAB / С. В. Поршнева. - Москва : Лань, 2011. - 736 с. - CD-ROM . - ISBN 978-5-8114-1063-7. [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/650>
2. Рубчинский А. А. Дискретные математические модели. Начальные понятия и стандартные задачи : учебное пособие / А.А. Рубчинский. - М. : Директ-Медиа, 2014. - 269 с. - ISBN 978-5-4458-3802-9 ; [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=240557>



3. Данилов Н.Н. Математическое моделирование: учебное пособие / Н.Н. Данилов. - Кемерово: Кемеровский государственный университет, 2014. - 98 с. - ISBN 978-5-8353-1633-5 ; [Электронный ресурс]. - Режим доступа: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=278827>
4. Математическое моделирование технических систем : учебник / В.П. Тарасик. — Минск : Новое знание ; М. : ИНФРА-М, 2017. — 592 с. — (Высшее образование: Бакалавриат).-[Электронный ресурс]. - Режим доступа: <http://znanium.com/go.php?id=773106>

б) дополнительная литература:

1. Математическое моделирование и проектирование: учебное пособие / А.С. Коломейченко, И.Н. Кравченко, А.Н. Ставцев, А.А. Полухин ; под ред. А.С. Коломейченко. — М. : ИНФРА-М, 2018. — 181 с. — [www.dx.doi.org/10.12737/textbook\\_59688803c3cb35.15568286](http://www.dx.doi.org/10.12737/textbook_59688803c3cb35.15568286). - [Электронный ресурс]. - Режим доступа: <http://znanium.com/go.php?id=884599>

2) Программное обеспечение

<b>Компьютерный класс факультета прикладной математики и кибернетики № 46 (170002, Тверская обл., г.Тверь, Садовый переулок, д.35)</b>	
Adobe Acrobat Reader DC - Russian	бесплатно
Apache Tomcat 8.0.27	бесплатно
Cadence SPB/OrCAD 16.6	Государственный контракт на поставку лицензионных программных продуктов 103 - ГК/09 от 15.06.2009
GlassFish Server Open Source Edition 4.1.1	бесплатно
Google Chrome	бесплатно
Java SE Development Kit 8 Update 45 (64-bit)	бесплатно
JetBrains PyCharm Community Edition 4.5.3	бесплатно
JetBrains PyCharm Edu 3.0	бесплатно

Kaspersky Endpoint Security 10 для Windows	Акт на передачу прав ПК545 от 16.12.2022
Lazarus 1.4.0	бесплатно
Mathcad 15 M010	Акт предоставления прав ИС00000027 от 16.09.2011
MATLAB R2012b	Акт предоставления прав № Us000311 от 25.09.2012
Многофункциональный редактор ONLYOFFICE бесплатное ПО	бесплатно
ОС Linux Ubuntu бесплатное ПО	бесплатно
MiKTeX 2.9	бесплатно
MSXML 4.0 SP2 Parser and SDK	бесплатно
NetBeans IDE 8.0.2	бесплатно
NetBeans IDE 8.2	бесплатно
Notepad++	бесплатно
Oracle VM VirtualBox 5.0.2	бесплатно
Origin 8.1 Sr2	договор №13918/M41 от 24.09.2009 с ЗАО «СофтЛайн Трейд»
Python 3.1 pygame-1.9.1	бесплатно
Python 3.4 numpy-1.9.2	бесплатно
Python 3.4.3	бесплатно
Python 3.5.1 (Anaconda3 2.5.0 64-bit)	бесплатно
WCF RIA Services V1.0 SP2	бесплатно
WinDjView 2.1	бесплатно
R Studio	бесплатно
Anaconda3 2019.07 (Python 3.7.3 64-bit)	бесплатно
<b>Компьютерный класс факультета прикладной математики и кибернетики № 249 (170002, Тверская обл., г.Тверь, Садовый переулок, д.35)</b>	
Cadence SPB/OrCAD 16.6	Государственный контракт на поставку лицензионных программных продуктов 103 - ГК/09 от 15.06.2009
FidesysBundle 1.4.43 x64	Акт приема передачи по договору №02/12-13 от 16.12.2013
Google Chrome	бесплатно
JetBrains PyCharm Community Edition 4.5.3	бесплатно
Kaspersky Endpoint Security 10 для Windows	Акт на передачу прав ПК545 от 16.12.2022
Lazarus 1.4.0	бесплатно

Mathcad 15 M010	Акт предоставления прав ИС00000027 от 16.09.2011
MATLAB R2012b	Акт предоставления прав № Us000311 от 25.09.2012
MiKTeX 2.9	бесплатно
NetBeans IDE 8.0.2	бесплатно
Notepad++	бесплатно
OpenOffice	бесплатно
Origin 8.1 Sr2	договор №13918/М41 от 24.09.2009 с ЗАО «СофтЛайн Трейд»
Python 3.4.3	бесплатно
Python 3.5.1 (Anaconda3 2.5.0 64 bit)	бесплатно
R for Windows 3.3.2	бесплатно
STATGRAPHICS Centurion XVI.П	Акт приема-передачи № Tr024185 от 08.07.2010
Многофункциональный редактор ONLYOFFICE бесплатное ПО	бесплатно
ОС Linux Ubuntu бесплатное ПО	бесплатно

3) Современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы

1. ЭБС «ZNANIUM.COM» [www.znanium.com](http://www.znanium.com);
2. ЭБС «Университетская библиотека онлайн» <https://biblioclub.ru/>;
3. ЭБС «Лань» <http://e.lanbook.com>.

4) Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины

Виртуальная образовательная среда ТвГУ (<http://moodle.tversu.ru>)

Научная библиотека ТвГУ (<http://library.tversu.ru>)

## VI. Методические материалы для обучающихся по освоению дисциплины

Важной составляющей данного раздела РПД являются требования к рейтинг-контролю с указанием баллов, распределенных между модулями и видами работы обучающихся.

Максимальная сумма баллов по учебной дисциплине, заканчивающейся экзаменом, по итогам семестра составляет 60 баллов (30 баллов - 1-й модуль и 30 баллов - 2-й модуль).

Обучающемуся, набравшему 40–54 балла, при подведении итогов семестра (на последнем занятии по дисциплине) в рейтинговой ведомости учета успеваемости и зачетной книжке может быть выставлена оценка «удовлетворительно».

Обучающемуся, набравшему 55–57 баллов, при подведении итогов семестра (на последнем занятии по дисциплине) в графе рейтинговой ведомости учета успеваемости «Премияльные баллы» может быть добавлено 15 баллов и выставлена экзаменационная оценка «хорошо».

Обучающемуся, набравшему 58–60 баллов, при подведении итогов семестра (на последнем занятии по дисциплине) в графе рейтинговой ведомости учета успеваемости «Премияльные баллы» может быть добавлено 27 баллов и выставлена экзаменационная оценка «отлично». В каких-либо иных случаях добавление премиальных баллов не допускается.

Обучающийся, набравший до 39 баллов включительно, сдает экзамен.

Распределение баллов по модулям устанавливается преподавателем и может корректироваться.

Проводятся 3 контрольных мероприятия: 1-й модуль (РГР, с контролем знания теории), 2-й модуль (две РГР, с контролем знания теории), экзамен. Распределение баллов: 30/30/40.

### **Методические рекомендации по организации самостоятельной работы**

Организуя свою учебную работу, студенты должны, во-первых, выявить рекомендуемый режим и характер учебной работы по изучению теоретического курса, практическому применению изученного материала, по выполнению заданий для самостоятельной работы, по использованию информационных технологий и т.д. Во-вторых, ознакомиться с указанным в методическом материале по дисциплине перечнем учебно-методических

изданий, рекомендуемых студентам для подготовки к занятиям и выполнения самостоятельной работы, а также с методическими материалами на бумажных и/или электронных носителях, выпущенных кафедрой своими силами и предоставляемые студентам во время занятий.

Самостоятельная работа студентов, предусмотренная учебным планом, должна соответствовать более глубокому усвоению изучаемого курса, формировать навыки исследовательской работы и ориентировать студентов на умение применять теоретические знания на практике.

### *1. Работа с учебными пособиями.*

Для полноценного усвоения курса студент должен, прежде всего, овладеть основными понятиями этой дисциплины. Необходимо усвоить определения и понятия, уметь приводить их точные формулировки, приводить примеры объектов, удовлетворяющих этому определению. Кроме того, необходимо знать круг фактов, связанных с данным понятием. Требуется также знать связи между понятиями, уметь устанавливать соотношения между классами объектов, описываемых различными понятиями.

### *2. Самостоятельное изучение тем.*

Самостоятельная работа студента является важным видом деятельности, позволяющим хорошо усвоить изучаемый предмет и одним из условий достижения необходимого качества подготовки и профессиональной переподготовки специалистов. Она предполагает самостоятельное изучение студентом рекомендованной учебно-методической литературы, различных справочных материалов, написание рефератов, выступление с докладом, подготовку к лекционным и практическим занятиям, подготовку к зачёту и экзамену.

### *3. Подготовка к практическим занятиям.*

При подготовке к практическим занятиям студентам рекомендуется следовать методическим рекомендациям по работе с учебными пособиями, приведенным выше.

#### 4. Составление конспектов.

В конспекте отражены основные понятия темы. Для наглядности и удобства запоминания используются схемы и таблицы.

#### **Примерная тематика лабораторных работ:**

1. Компьютерное моделирование динамики, анализ статики, устойчивости, параметрический анализ динамической системы.

2. Дать разработку и реализацию алгоритма формализации информации дискретной системы, формирования модели, решения задачи статики методом локальных вариаций, методом установления, визуализации результатов для систем.

Отчеты по выполненным заданиям практических работ принимаются индивидуально.

В ходе собеседования проверяется знание и понимание изучаемых вопросов, методов, алгоритмов, программ, процедур, пакетов, подпакетов, их возможностей, понимание предметной постановки задач и умения применять пакет для их решения.

За несвоевременную сдачу задания количество баллов снижается.

#### **Вопросы экзамена для самостоятельной подготовки**

1. Математическое моделирование. Динамические системы. Общая математическая формулировка задачи в виде задачи Коши с параметрами.
2. Экологических модели: динамика численности популяций.
3. Одновидовые модели. Гипотезы моделей, методы их реализации.
4. Двухвидовые модели, гипотезы моделей, методы реализации гипотез: модель хищник – жертва; конкурирующие виды, симбиоз; другие

ситуации, их моделирование. Постановки задач анализа, примеры анализа систем.

5. Однопродуктовая динамическая макроэкономическая модель: структурная схема, предположения, их отражение в математической модели; открытая и замкнутая одно-продуктовые модели Леонтьева.
6. Двухпродуктовая динамическая макроэкономическая модель: структурная схема, гипотезы, математическая реализация. Разностные и дифференциальные формулировки.
7. Многопродуктовая модель.
8. Моделирование запаздывания освоения капитальных вложений.
9. Алгоритм МКЭ конечно-элементной формализации информации о системе, основные понятия, алгоритм.
10. Кинетическая, потенциальная, полная энергии. Вариационная постановка задачи нахождения деформаций. Дифференциальная постановка задачи.
11. Решение задач статики минимизацией полной энергии. Алгоритм формирования полной энергии
12. Метод локальных вариаций. Алгоритм реализации.
13. Сведение задачи минимизации к системе уравнений статики. Алгоритм построения системы уравнений на ПК.
14. Постановка задачи Коши для моделирования динамики системы. Алгоритм решения задачи статики методом установления.

## **VII. Материально-техническое обеспечение**

Для аудиторной работы.

Учебная аудитория № 212 (170002, Тверская обл., г.Тверь, Садовый переулок, д.35)	Набор учебной мебели, мультимедийный комплекс (доска, проектор, панель управления, переносной ноутбук).
Компьютерный класс №2 факультета ПМиК № 249 (170002, Тверская обл., г.Тверь, Садовый переулок, д.35)	Набор учебной мебели, компьютер, проектор.

Для самостоятельной работы

Помещение для самостоятельной работы Компьютерный класс № 2 факультета ПМиК № 249	Набор учебной мебели, компьютер, проектор.
---	--

### VIII. Сведения об обновлении рабочей программы дисциплины

<b>№ п.п.</b>	<b>Обновленный раздел рабочей программы дисциплины</b>	<b>Описание внесенных изменений</b>	<b>Реквизиты документа, утвердившего изменения</b>
<b>1</b>	11. 2) Программное обеспечение	Внесены изменения в список ПО	От 24.08.2023 года, протокол № 1 ученого совета факультета
<b>2</b>	V. 1) Рекомендуемая литература	Обновление ссылок на литературу	От 24.08.2023 года, протокол № 1 ученого совета факультета