

Документ подписан простой электронной подписью  
Информация о владельце:  
ФИО: Смирнов Сергей Николаевич  
Должность: врио ректора  
Дата подписания: 03.03.2023 16:14:33  
Уникальный программный ключ:  
69e375c64f7e975d4e8830e7b4fcc2ad1bf35f08

**Министерство науки и высшего образования Российской Федерации**  
**ФГБОУ ВО «Тверской государственный университет»**



Рабочая программа дисциплины (с аннотацией)

**Математика**

Специальность

**38.05.02 Таможенное дело**

Профиль

**Правовое обеспечение таможенной деятельности**

для студентов 1 курса очной формы обучения

Составитель: к. физико – математических наук Воронцова Е.Г.

Тверь, 2021

## **I. Аннотация**

### **1. Цели и задачи дисциплины «Математика»**

Целью освоения дисциплины является:

формирование и развитие у обучающихся компетенций в области использования математического аппарата различных разделов высшей математики для решения стандартных математических задач в различных областях.

Задачами освоения дисциплины являются:

- изучение основных понятий и принципов из различных разделов высшей математики;
- изучение основных методов и приемов решения различных математических задач;
- овладение основными приемами рассуждений и навыками, необходимыми для решения стандартных задач линейной алгебры, аналитической геометрии и математического анализа.

### **2. Место дисциплины в структуре ООП**

Дисциплина «Математика» относится к обязательной части учебного плана. Она изучается на первом курсе в течение двух семестров. Интенсивность изучения составляет: первый семестр 2 ч. практических занятий, второй семестр 2 ч. практических занятий.

Изучаемая дисциплина логически и содержательно-методически взаимосвязана с дисциплиной: информатика. Требования к «входным» знаниям, умениям и готовностям обучающегося, необходимым при освоении данной дисциплины и приобретенным в результате освоения предшествующих дисциплин: знания и умения, полученные в рамках школьного курса математики.

**3. Объём дисциплины** составляет 6 зачетных единиц (216 часов), в том числе контактная работа: практические занятия 70 часа, самостоятельная работа 110 часов, в том числе 36 часов – контроль.

**4. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (или модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы**

<b>Планируемые результаты освоения образовательной программы (формируемые компетенции)</b>	<b>Планируемые результаты обучения по дисциплине</b>
<b>УК-1 Способен осуществлять критический анализ проблемных ситуаций на осно-</b>	<b>УК-1.1 -</b> Анализирует проблемную ситуацию как систему, выявляя ее составляющие и связи между ними

<b>ве системного подхода, вырабатывать стратегию действий</b>	
---	--

**5. Форма промежуточной аттестации, семестр прохождения:** в первом семестре – зачет, во втором семестре - экзамен.

**6. Язык преподавания русский.**

**II. Содержание дисциплины, структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий**

Учебная программа – наименование разделов и тем	Всего (час.)	Контактная работа (час.)			Самостоятельная работа, в том числе контроль (час.)
		Лекции	Практические занятия		
			все-го	в т.ч. практическая подготовка	
<b>1. Математика как научная дисциплина.</b>	12	0	2	0	10
<b>2. Элементы теории множеств.</b>	15	0	4	0	11
<b>3. Основы линейной алгебры.</b>	32	0	12	0	20
<b>4. Дифференциальное исчисление функции одной переменной.</b>	39	0	14	0	25
<b>5. Интегральное исчисление функции одной переменной.</b>	39	0	14	0	25

<b>6.</b> Аналитическая геометрия.	37	0	12	0	25
<b>7.</b> Элементы комбинаторики и основы теории вероятностей.	42	0	12	0	30
<b>Контроль</b>	36				
<b>ИТОГО</b>	<b>216</b>	<b>0</b>	<b>70</b>	<b>0</b>	<b>146</b>

### **III. Образовательные технологии**

Учебная программа – наименование разделов и тем	Вид занятия	Образовательные технологии
<b>1.</b> Математика как научная дисциплина.	практическое	Традиционные лекционно-семинарские (изучение теоретического материала, решение задач).
<b>2.</b> Элементы теории множеств.	практическое	Традиционные лекционно-семинарские (изучение теоретического материала, решение задач).
<b>3.</b> Основы линейной алгебры.	практическое	Традиционные лекционно-семинарские (изучение теоретического материала, решение задач).
<b>4.</b> Дифференциальное исчисление функции одной переменной.	практическое	Традиционные лекционно-семинарские (изучение теоретического материала, решение задач).
<b>5.</b> Интегральное исчисление функции одной переменной.	практическое	Традиционные лекционно-семинарские (изучение теоретического материала, решение задач).

6. Аналитическая геометрия.	практическое	Традиционные лекционно-семинарские (изучение теоретического материала, решение задач).
7. Элементы комбинаторики и основы теории вероятностей.	практическое	Традиционные лекционно-семинарские (изучение теоретического материала, решение задач).

#### IV. Оценочные материалы для проведения текущей и промежуточной аттестации

Типовые контрольные задания и/или критерии для проверки уровня сформированности компетенции **УК-1: Способен осуществлять критический анализ проблемных ситуаций на основе системного подхода, вырабатывать стратегию действий**

**Индикатор УК-1.1:** *Анализирует проблемную ситуацию как систему, выявляя ее составляющие и связи между ними*

Требования к обучающемуся	Типовые контрольные задания для оценки знаний, умений, навыков	Показатели и критерии оценивания, шкала оценивания
Знание основных понятий, определений и теорем	<p><b>1. Основные понятия, определения и теоремы</b></p> <p>1. Установить соответствие между функцией и ее графиком.</p> <p>2. Установить соответствие между функцией и ее производной.</p> <p>3. Дать определение сложной функции.</p> <p>4. Дать определение вероятности.</p>	<p>Дан полный верный ответ на вопрос – 5 баллов;</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Допущена ошибка, не приведшая к существенному искажению смысла – 3 балла;</li> <li>• Допущены логические ошибки, свидетельствующие о непонимании</li> </ul> <p>ИЛИ</p> <p>ответ не дан – 0 баллов</p>

<p>Умение применять основные формулы, теоремы и определения при решении задач</p>	<p><b>1.</b> Найти производную функции: <math>y = x^2 \sqrt{1-x^2}</math> ;  <math>y = \ln(x + \sqrt[3]{x^2 + 16})</math> ;  <math>y = \ln \frac{x+1}{\sqrt{x^2 - x + 1}}</math>  <math>y = \cos^3 3x + \sqrt{1 + \sin^2 5x}</math> ;  <math>y = \cos^2 3x \cdot (1 - \sin 3x)</math> ;  <math>y = \frac{2x}{\sqrt{5 + 4x^2}}</math> ; <math>y = \frac{\sqrt{x}}{\arccos 7x^2}</math> ;  <math>y = \operatorname{arctg} \frac{1-8x}{x^2 + 1}</math>.</p> <p><b>2.</b> В группе 12 студентов, среди которых 8 отличников. По списку наудачу отобраны 9 студентов. Найти вероятность того, что среди отобранных студентов хотя бы 7 отличников.</p>	<p>Имеется верное решение, включающее правильный ответ – 5 баллов;</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Дано верное решение, но получен неправильный ответ из-за арифметической ошибки</li> </ul> <p>ИЛИ</p> <p>В решении имеются лишние или неверные записи, не отделенные от решения – 3 балла;</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Имеется верное решение части задачи – 2 балла;</li> <li>• Решение не дано</li> </ul> <p>ИЛИ</p> <p>дано неверное решение – 0 баллов</p>
---	---	--

## V. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

### 1. Рекомендуемая литература

#### а) Основная литература:

1. Богомолов, Н. В. Математика: учебник для вузов / Н. В. Богомолов, П. И. Самойленко. — 5-е изд., перераб. и доп. — Москва: Юрайт, 2023. — 401 с. — (Высшее образование). — Текст : электронный. — URL: <https://urait.ru/bcode/510750> (дата обращения: 20.01.2023).
2. Красс, М. С. Математика в экономике. Базовый курс : / М. С. Красс. — 2-е изд., испр. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2022. — 471 с. — Текст : электронный. — URL: <https://urait.ru/bcode/507471> (дата обращения: 20.01.2023).
3. Шипачев, В. С. Математика : учебник и практикум / В. С. Шипачев ; под редакцией А. Н. Тихонова. — 8-е изд., перераб. и доп. — Москва : Юрайт, 2023. — 447 с. — Текст : электронный. — URL: <https://urait.ru/bcode/511549> (дата обращения: 20.01.2023).

#### б) Дополнительная литература:

Красс, М. С. Математика для экономического бакалавриата : учебник / М.С. Красс, Б.П. Чупрынов. — Москва : ИНФРА-М, 2023. — 472 с. — (Высшее образование:

Бакалавриат). - Текст : электронный. - URL:  
<https://znanium.com/catalog/product/1933160> (дата обращения: 20.01.2023).

## **2. Программное обеспечение**

### **а) Лицензионное программное обеспечение**

MS Office 365 proplus– Акт приема-передачи № 687 от 31 июля 2018  
MicrosoftWindows 10 Enterprise– Акт приема-передачи № 687 от 31 июля 2018  
MicrosoftOffice 365 proplus– Акт приема-передачи № 687 от 31 июля 2018  
MicrosoftWindows 10 Enterprise– Акт приема-передачи № 687 от 31 июля 2018  
KasperskyEndpointSecurity 10 для Windows – Акт на передачу прав  
№956 от 18 октября 2018 г.

### **б) Свободно распространяемое программное обеспечение**

Adobe Reader XI  
Any Video Converter 5.9.0  
Google Chrome  
WinDjView 2.0.2

## **3. Современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы**

1. ЭБС «ZNANIUM.COM» [www.znanium.com](http://www.znanium.com);
2. ЭБС «Университетская библиотека онлайн» <https://biblioclub.ru>
3. ЭБС IPRbooks <http://www.iprbookshop.ru>;
4. ЭБС «Лань» <http://e.lanbook.com>;
5. ЭБС BOOK.ru <https://www.book.ru>
6. ЭБС ТвГУ <http://megapro.tversu.ru/megapro/Web>
7. Научная электронная библиотека eLIBRARY.RU (подписка на журналы)  
[https://elibrary.ru/projects/subscription/rus\\_titles\\_open.asp](https://elibrary.ru/projects/subscription/rus_titles_open.asp)
8. Репозиторий ТвГУ <http://eprints.tversu.ru>

## **VI. Методические материалы для обучающихся по освоению дисциплины**

1. Планы практических занятий и методические рекомендации к ним;
2. Методические указания по подготовке к практическим занятиям
3. ВОПРОСЫ К ЭКЗАМЕНУ
4. Требования к рейтинг-контролю.
  1. Планы практических занятий и методические рекомендации к ним

*Тема 1. Математика как научная дисциплина.* Предмет и задачи математики. Основные этапы становления математики.

*Тема 2. Основные понятия теории множеств.* Понятие множества. Зада-ние множества. Пустое, универсальное множество. Подмножество. Диаграм-мы Эйлера-Венна. Операции над множествами. Объединение, пересечение, вычитание, дополнение множеств. Свойства объединения и пересечения множеств. Числовые множества как примеры бесконечных множеств. Мощ-

ность множества. Счетность множества рациональных чисел. Множество мощности континуума. Нечетность континуума.

**Тема 3. Функции.** Общее понятие функции. Способы задания функции. Линейная интерполяция. График функции. Основные свойства функции (монотонность, четность, периодичность). Элементарные функции и их свойства.

**Тема 4. Дифференциальное исчисление функции одной переменной.** Предел функции в бесконечности и в точке. Основные свойства пределов. Признаки существования предела. Непрерывность функции. Задачи, приводящие к понятию производной. Определение производной функции в точке. Геометрический и физический смысл производной. Зависимость между непрерывностью и дифференцируемостью функции. Основные правила дифференцирования. Производные элементарных функций. Приложения производной к решению задач на нахождение наибольшего и наименьшего значения функции. Исследование функций и построение их графиков.

**Тема 5. Интегральное исчисление.** Неопределенный интеграл и его основные свойства. Таблица неопределенных интегралов. Определенный интеграл как предел интегральной суммы и его геометрический смысл. Основные свойства определенного интеграла. Формула Ньютона-Лейбница.

**Тема 6. Дифференциальные уравнения.** Понятие дифференциального уравнения. Общее и частное решения. Порядок уравнения. Основные типы дифференциальных уравнений первого порядка. Задача Коши.

**Тема 7. Элементы комбинаторики.** Теория соединения и история ее возникновения. Понятие факториала. Перестановки. Размещения. Сочетания.

**Тема 8. Теория вероятностей.** Классическое определение вероятности. Числовые характеристики дискретных случайных величин. Законы распределения вероятностей непрерывных случайных величин. Закон больших чисел и центральная предельная теорема.

## **2. Методические указания по подготовке к практическим занятиям**

Практические занятия проводятся с целью выработки у студентов умений и навыков решения задач. Они призваны углубить и расширить знания студентов, а также развивать их математические способности, прививать интерес и вкус к самостоятельным занятиям по математике.

Умение решать задачи является одним из основных показателей уровня вашего математического развития, глубины усвоения учебного материала. Нередко студент, зная все теоретические положения, правила и формулы, затрудняется применить их при решении задачи или запутывается при решении даже несложных задач. Это свидетельствует об отсутствии практических навыков.

Общее представление о процессе решения задач как о сложном и многоплановом процессе дает следующая схема:

1-й этап - анализ задачи (если приглядеться к любой задаче, то увидим, что она представляет собой требование или вопрос, на который надо найти ответ, опираясь и учитывая те условия, которые указаны в задаче. Поэтому, приступая к решению какой-либо задачи, надо ее внимательно изучить, уста-

новить, в чем состоят ее требования (вопросы), каковы условия, исходя из которых, надо решать задачу);

2-ой этап - схематическая запись задачи;

3-ий этап – поиск способа решения задачи;

4-ый этап – осуществление решения задачи;

5-ый этап – проверка решения задачи;

6-ой этап – исследование задачи;

7-ой этап – формулирование ответа задачи;

8-й этап – анализ решения задачи.

Для реализации наиболее важного третьего этапа можно руководствоваться следующими рекомендациями:

1) Осмыслите постановку задачи (Что неизвестно? Что дано? В чем состоит условие? Возможно ли удовлетворить условию? Достаточно ли условие для определения неизвестного? Введите подходящие обозначения, разделите условие на части и запишите их).

2) Составьте план решения (нужно найти связь между данными и неизвестными. Если не удастся сразу обнаружить эту связь, возможно, полезно будет рассмотреть вспомогательные задачи, более доступную сходную, более частную, аналогичную; проверить все ли данные использованы).

3) Осуществите план (осуществляя план решения, контролируйте каждый свой шаг; убеждены ли вы, что предпринятые вами шаги правильные).

4) Изучите полученное решение (Нельзя ли проверить результат? Нельзя ли проверить ход решения? Нельзя ли получить тот же результат иначе? Нельзя ли в какой-нибудь другой задаче использовать полученный результат?)

Для решения типовых задач надо использовать алгоритмы, которые могут быть сформулированы преподавателем или сконструированы студентом самостоятельно. Для усвоения алгоритма целесообразно реализовать примерно такие этапы:

1) решение новой задачи на основе имеющихся знаний;

2) обобщение решения и выявление последовательности шагов алгоритма;

3) непосредственное следование алгоритму при решении следующей задачи того же типа;

4) следование алгоритму по памяти.

### **Рекомендации по работе с учебной и научной литературой**

1. Внимательно прочитайте и осмыслите логическую структуру текста

2. Выделите главное в каждой структурной единице, акцентируя свое внимание на основной мысли, выраженной в тексте

3. Найдите новые понятия, теоремы и алгоритмы

4. Проанализируйте и сопоставьте их с уже усвоенными знаниями

5. Изучите примеры, иллюстрирующие новые методы решения задач, основанные на приведенных теоретических положениях

6. Попробуйте применить изученное в ходе самостоятельного решения задач

### **Банк контрольных вопросов и заданий по дисциплине**

Программа курса «Математика» весьма обширна. Небольшой объем плановых учебных занятий предполагает интенсивную самостоятельную работу.

Самостоятельная работа студента заключается в усвоении необходимого теоретического материала, подготовке ответов на вопросы, решении задач, подготовке и выступлении с докладом.

Банк контрольных вопросов и заданий по дисциплине

### **Тема. Математика как научная дисциплина**

1. Перечислите основные периоды истории развития математики.
2. Дайте характеристику уровня математических знаний в древности.
3. Кто и в каком трактате сделал первую попытку систематического изложения геометрии?
4. Раскройте сущность аксиоматического метода.
5. Назовите основные понятия элементарной геометрии.

### **Тема. Основные понятия теории множеств**

1. Сколько элементов содержит множество  $A = \{a \in \mathbb{N} \mid 7 < a < 9\}$ ?
2. Возможна ли такая ситуация, когда  $A \subset B$  и  $B \subset A$ ?
3. Пусть  $A$  и  $B$  – два конечных множества,  $m_A$  – число элементов множества  $A$ ,  $m_B$  – число элементов множества  $B$ . Что можно сказать о соотношении  $m_A$  и  $m_B$ ?
4. Можно ли утверждать, что является пустым множеством:  
а) пересечение множеств машин, находящихся одновременно в двух разных гаражах? б) пересечение множеств марок машин, находящихся одновременно в двух разных гаражах?
5.  $A \subset B$ . Чему равно множество а)  $A \cap B$ ; б)  $A \cup B$ ?
6. Множество  $A$  состоит из 1000 элементов. Сколько элементов содержится во множестве  $(A \setminus B) \cup (A \cap B)$ ?
7. Можно ли утверждать, что: а) равные множества обязательно равномощны? б) равномощные множества обязательно равны?
8. Является ли счетным множество рациональных чисел  $Q$ ? Множество действительных чисел  $R$ ?
9. Каким множеством – счетным или несчетным – является множество иррациональных чисел?
10. Возможно ли установление взаимно однозначного соответствия между отрезком и прямой?

### **Тема. Элементы математического анализа**

1. Кривая пересекается прямой  $x = a$  в двух точках. Может ли она являться графиком некоторой функции?
2. Может ли график функции быть симметричным: а) относительно оси абсцисс? б) относительно оси ординат?
3. Укажите, какие из следующих утверждений верны: а) сумма возрастающих функций есть функция возрастающая; б) разность возрастающих

функций есть функция возрастающая; в) произведение возрастающих функций есть функция возрастающая; г) всякая монотонная функция имеет обратную; д) если функция имеет обратную, то она или возрастает, или убывает; е) если функция возрастает, то и обратная к ней функция возрастает?

4. Функция возрастает на каждом из промежутков: а)  $[-1; 0)$  и  $(0; 1]$ ; б)  $[-1; 0]$  и  $[0; 1]$ . Обязательно ли она возрастает на отрезке  $[-1; 1]$ ?

5. Пусть  $f(x)$  – возрастающая функция и  $f(x) \neq 0$ . Будет ли возрастающей функция: а)  $y = k \cdot f(x)$ ;  $k > 0$ ; б)  $y = k \cdot f(x)$ ;  $k < 0$ ; в)  $y = f(x) + a$ ;

г)  $y = a - f(x)$ ; д)  $y = \frac{1}{f(x)}$ ?

6. Известно, что функция  $f(x)$  нечетная, и тогда  $x = 0$  принадлежит ее области определения. Чему равно значение функции в этой точке?

7. Существует ли нечетная функция, принимающая только положительные значения?

8. Существуют ли функции, являющиеся одновременно четными и нечетными?

9. Можно ли подобрать коэффициенты  $a, b, c, d$  так, чтобы функция  $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$  была а) четной; б) нечетной; в) и четной, и нечетной; г) возрастающей; д) убывающей.

10. Может ли возрастающая функция быть: а) четной; б) нечетной; в) периодической.

11. Может ли четная функция иметь обратную?

12. Функция  $y = f(x)$  имеет наименьший положительный период. Какой наименьший положительный период имеет функция: а)  $y = f(x + a)$ ; б)  $y = f(kx)$ ,  $k \neq 0$ ; в)  $y = k \cdot f(x)$ ,  $k \neq 0$ ; г)  $y = f(x) + a$ ?

13. Может ли сумма периодических функций быть функцией непериодической?

14. Имеет ли функция  $y = 2$  наименьший положительный период?

15. Существует ли функция, которая в точке  $x_0$ : а) имеет предел, но не определена; б) определена, но не имеет предела; в) определена, имеет предел, но разрывна?

16. Функция  $y = f(x)$  непрерывна в точке  $x_0$ . Можно ли утверждать, что в этой точке непрерывна функция

а)  $y = f^2(x)$ ; б)  $y = \frac{1}{f(x)}$ ; в)  $y = \frac{1}{f^2(x) + 1}$ ?

17. Сколько разрывов имеет функция а)  $y = \frac{x}{x^2 + 4}$ ; б)  $y = \frac{x}{x^2 - 4}$ ?

18. При каком значении  $a$  функция  $y = \begin{cases} x^2, & x \leq 1, \\ a, & x > 1 \end{cases}$  будет всюду непрерывна?

19. Функция не обращается в нуль в своей области определения. Следует ли отсюда, что функция имеет один и тот же знак при всех  $x$  на области определения?

20. Верно ли, что а) из существования  $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x)$  следует существование  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ ; б) из существования  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$  следует существование  $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x)$ .

21. Функция  $f(x) = y$  - четная и существует  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = A$ . Существует ли  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$  и, если существует, чему он равен?

22. Может ли возрастающая на всей вещественной оси функция  $y = f(x)$  иметь: а)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ; б)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ ; в)  $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x)$ ?

23. Всякая ли непрерывная функция дифференцируема?

24. Всякая ли дифференцируемая функция непрерывна?

25. Раскройте геометрический смысл следующих соотношений а)  $f(x_0) = g(x_0), f'(x_0) = g'(x_0)$ ; б)  $f(x_0) = g(x_0), f'(x_0) > g'(x_0)$ .

26. Может ли непрерывная функция не иметь наибольшего и наименьшего значения на: а) некотором отрезке; б) некотором интервале?

27. Может ли ограниченная на отрезке функция, не иметь на этом отрезке наибольшее и наименьшее значения?

28. При каких значениях  $x$  справедлива формула

а)  $\int \frac{dx}{x} = \ln(-x) + c$ ; б)  $\int x^{\frac{1}{2}} dx = \frac{2}{3} x^{\frac{3}{2}} + c$ ; в)  $\int \sqrt[3]{x} dx = \frac{3}{4} x^{\frac{4}{3}} + c$ ; г)  $\int \frac{dx}{\cos^2 x} = \operatorname{tg} x + c$  ?

29. Известно, что  $f'(x) = g'(x)$  на  $[a; b]$ . Следует ли отсюда, что  $f(x) = g(x)$  на этом промежутке?

30. Известно, что  $\int f(x) dx = \int g(x) dx$  на  $[a; b]$  следует ли отсюда, что  $f(x) = g(x)$  на этом промежутке?

**№ 1.** Проверить подстановкой, что функция  $y = Cx^3$  является решением дифференциального уравнения  $3y - xy' = 0$ . Построить интегральные кривые, проходящие через точки: 1)  $\left(1; \frac{1}{3}\right)$ ; 2)  $(1; 2)$ ; 3)  $\left(1; -\frac{1}{3}\right)$ .

**№ 2.** Проверить подстановкой, что дифференциальные уравнения

1)  $y'' + 4y = 0$  и 2)  $y''' - 9y' = 0$  имеют соответственно общие интегралы 1)  $y = C_1 \cos 2x + C_2 \sin 2x$  и 2)  $y = C_1 + C_2 e^{3x} + C_3 e^{-3x}$ .

**№ 3.** Найти общий интеграл, построить несколько интегральных кривых, найти частный интеграл по начальным условиям: при  $x = -2, y = 4$ .

1)  $xy' - y = 0$ ; 2)  $yy' + x = 0$ ;  
3)  $xy' + y = 0$ ; 4)  $y' = y$

**№ 4.** Найти общие интегралы уравнений:

1)  $x^2 y' + y = 0$ ; 2)  $x + xy + y'(y + xy) = 0$ .

**№5.** Найти общий и частный интегралы по начальным условиям:

- 1)  $2y'\sqrt{x} = y, y = 1$  при  $x = 4$ ;
- 2)  $y' = (2y + 1)\operatorname{ctg} x, y = \frac{1}{2}$  при  $x = \frac{\pi}{4}$ ;
- 3)  $x^2 y' + y^2 = 0. y = 1$  при  $x = -1$ .

**№6.** Построить интегральные кривые каждого из уравнений

- 1)  $y'(x^2 - 4) = 2xy$ , 2)  $y' + y\operatorname{tg} x = 0$  проходящие через точки:  
1)  $(0; 1)$ ; 2)  $\left(0; \frac{1}{2}\right)$ ; 3)  $\left(0; -\frac{1}{2}\right)$ ; 4)  $(0; -1)$ .

**№7.** Найти кривую, проходящую через точку  $\left(1; \frac{1}{3}\right)$ , если угловой коэффициент касательной к ней в любой точке кривой втрое больше углового коэффициента радиуса-вектора точки касания.

### Тема. Теория вероятностей

#### I. Классическое определение вероятности.

1. Вероятность некоторого события в опыте с равномоощными исходами равна 0,15. Это событие состоит из трех исходов. Чему равны:

- а) вероятность каждого исхода;
- б) число элементов в пространстве элементарных исходов?

2. Зная вероятность события:

- а) «стрелок хотя бы один раз попал в цель»;
- б) «у стрелка более двух попаданий в цель»;
- в) «стрелок попал при всех выстрелах».

Укажите событие, вероятность которого можно вычислить.

3. Являются ли равновероятными следующие события:

- а) «выпал герб» и «выпала цифра»;
- б) опыт – бросок двух монет; события «выпала два герба», «выпало две цифры»; «выпало герб и цифра»;
- в) опыт – бросок игральной кости; события; «выпало не менее трех очков», «выпало не менее четырех очков».

4. При броске игральной кости вычислить вероятности следующих событий:

- а) выпало два очка;
- б) выпало пять очков;
- в) выпало четное число очков;
- г) выпало простое число очков;
- д) число выпавших очков равно трем.

5. Бросили две монеты. Какова вероятность того, что на одной монете выпал герб, а на другой – цифра?

6. Будут ли равновозможными исходы:

- а) «элемент в электрической цепи вышел из строя», «не вышел из строя»;
- б) «изделие первосортно», «изделие второго сорта».

#### II. Операции над событиями.

1. Может ли произведение двух событий совпадать с одним из сомножителей? Если да, то, что тогда можно сказать о другом событии?
2. По мишени производится три выстрела, рассматриваются события  $A_k = \text{«попадание при } k \text{ – ом выстреле»}$ ,  $k = 1, 2, 3$ . Пользуясь действиями над событиями  $A_k$  и  $\overline{A_k}$  записать события:
  - А = «все три попадания»
  - В = «все три промаха»
  - С = «хотя бы одно попадание»
  - Д = «хотя бы один промах»
  - М = «не меньше двух попаданий».
3. Что можно сказать о событиях  $A$  и  $B$ , если их сумма есть:
  - а) достоверное событие;
  - б) невозможное событие?
4. Что означает событие  $A_k \cap \overline{B}$  в опыте с подбрасыванием игральной кости, если событие  $A = \text{«число выпавших очков меньше 3»}$ , а  $\overline{B} = \text{«выпало нечетное число очков»}$ .
5. Что можно сказать о событиях, сумма и произведение которых совпадают?

### III. Теорема сложения вероятностей

1. При каком условии вероятность суммы двух событий равна сумме вероятностей этих событий?
2. Опыт – подбрасывание игральной кости.  $A = \text{«число выпавших очков меньше 3»}$ ;  $\overline{B} = \text{«число выпавших очком меньше 5»}$ . Чему равно  $P(A \cup B)$ ?
3. Чему равно  $P(A \cap B)$ , если каждый элементарный исход события  $A$  входит также в событие  $B$ ?
4. Может ли вероятность суммы трех событий быть:
  - а) меньше суммы вероятностей этих событий;
  - б) больше суммы вероятностей этих событий;
  - в) равной сумме вероятностей этих событий;
  - г) равной вероятности одного из слагаемых;
  - д) равной вероятности суммы двух слагаемых?
5. Какие из следующих утверждений неверны:
  - а) вероятность суммы трех попарно несовместных событий равна сумме вероятностей этих событий;
  - б) вероятность суммы трех событий равна сумме вероятностей этих событий;
  - в) вероятность суммы трех несовместных событий равна сумме вероятностей этих событий?

### IV. Независимые события

1. При каком условии вероятность произведения двух событий равна произведению вероятностей этих событий?
2. Может ли вероятность произведения двух независимых событий быть:

- а) больше вероятности одного из этих событий?
  - б) равной вероятности одного из этих событий?
  - в) меньше вероятности одного из этих событий?
3. Чему равна вероятность суммы двух независимых событий?
  4. Могут ли быть независимыми события  $A$  и  $B$ , если каждый элементарный исход события  $A$  входит также и в событие  $B$ ?
  5. Верно ли, что вероятность трех попарно независимых событий равна произведению вероятностей этих событий?

#### **VI. Условные вероятности**

1. Пусть  $A$  и  $B$  – соответственно достоверны и невозможное событие. Чему равна: а)  $P(A/C)$ ; б)  $P(B/C)$  ?
2. Верно ли, что  $P(\bar{A}/B) = 1 - P(A/B)$ ?
3. Может ли вероятность произведения двух событий быть:
  - а) больше произведения вероятностей этих событий;
  - б) меньше произведения вероятностей этих событий?
4. При каком условии не имеет смысла  $P(B/A)$ ?

### **3. ВОПРОСЫ К ЭКЗАМЕНУ**

1. Понятие множества. Задание множества. Пустое, универсальное множество. Подмножество. Диаграммы Эйлера-Венна. Операции над множествами. Объединение, пересечение, вычитание, дополнение множеств. Свойства объединения и пересечения множеств.
2. Числовые множества как примеры бесконечных множеств. Сравнение множеств. Мощность множества.
3. Счетные множества. Счетность множества рациональных чисел. Множество мощности континуума. Несчетность континуума.
4. Предел функции в бесконечности и в точке. Основные свойства пределов. Признаки существования предела. Непрерывность функции.
5. Определение производной функции в точке. Геометрический и физический смысл производной. Зависимость между непрерывностью и дифференцируемостью функции. Основные правила дифференцирования. Производные элементарных функций. Приложения производной к решению задач на нахождение наибольшего и наименьшего значения функции.
6. Неопределенный интеграл и его основные свойства. Таблица неопределенных интегралов. Определенный интеграл как предел интегральной суммы и его геометрический смысл. Основные свойства определенного интеграла. Формула Ньютона-Лейбница.
7. Дифференциальные уравнения. Функции нескольких переменных.
8. Основные законы комбинаторики. Правило суммы. Правило произведения.
9. Основные формулы комбинаторики. Перестановки, сочетания и размещения без повторений.
10. Основные понятия теории вероятностей: испытания и события, виды случайных событий, классическое определение вероятности, примеры непосред-

ственного вычисления вероятностей. Относительная частота. Устойчивость относительной частоты. Статистическая вероятность. Теорема сложения вероятностей несовместных событий. Полная группа событий. Противоположные события.

11. Теорема умножения вероятностей. Независимые и зависимые события. Теорема умножения вероятностей независимых событий. Вероятность появления хотя бы одного события. Условная вероятность.

12. Случайные величины и их числовые характеристики.

Тест :

1. Если  $(x_0, y_0)$  – решение системы линейных уравнений

$$\begin{cases} x + 2y = -3 \\ 3x + 2y = 5 \end{cases},$$

тогда  $x_0 - y_0$  равно...

- 0,5
- 0,5
- 7,5
- 7,5

1. Прямая проходит через точки  $O(0;0)$  и  $B(5;-15)$ . Тогда ее угловой коэффициент равен...

- 3
- 5
- 3
- 5

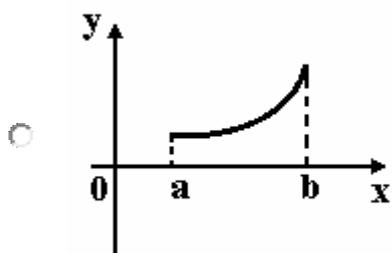
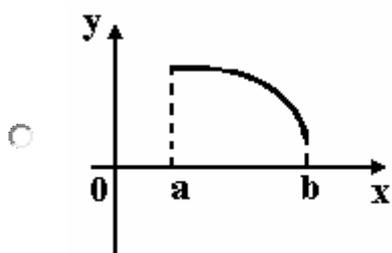
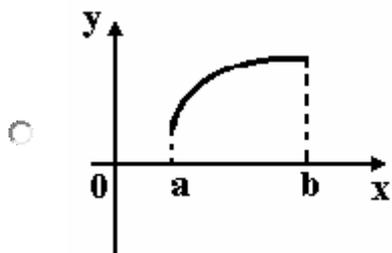
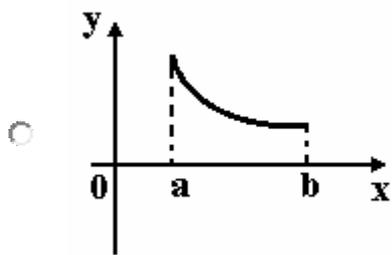
2. Производная функции

$$y = \cos(x^2 - 1)$$

имеет вид...

- $x \sin(x^2 - 1)$
- $2x \sin(x^2 - 1)$
- $-2x \sin(x^2 - 1)$
- $-\sin(x^2 - 1)$

3. Укажите вид графика функции, для которой на всем отрезке  $[a;b]$  одновременно выполняются условия  $y > 0$ ,  $y' < 0$ ,  $y'' < 0$ .



5. Частная производная функции  $z = x^4 \cos y$  по переменной  $y$  в точке

$$M\left(1; \frac{\pi}{2}\right)$$

равна...

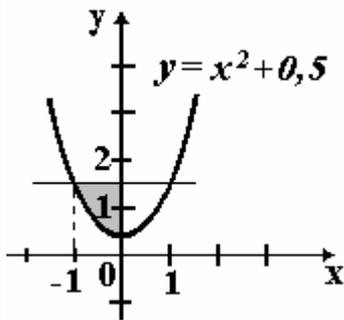
- 1
- 0
- 1
- 4

6. Множество первообразных функции  $f(x) = e^{6x+2}$  имеет вид...

- $-6e^{6x+2} + C$
- $e^{6x+2} + C$
- $6e^{6x+2} + C$

$\frac{1}{6}e^{6x+2} + C$

7. Площадь фигуры, изображенной на рисунке,



определяется интегралом...

$\int_{-1}^0 (x^2 - 1) dx$

$\int_{-1}^0 (1 - x^2) dx$

$\int_{-1}^0 (x^2 + 0,5) dx$

$\int_0^2 (1,5 - x^2) dx$

8. Дан радиус-вектор движущейся в пространстве точки

$$\vec{R}(t) = 3t^2 \cdot \vec{i} + t \cdot \vec{j} - (t^3 + 1) \cdot \vec{k},$$

тогда вектор ускорения точки в момент времени  $t=1$  имеет вид...

$6\vec{i} - 6\vec{k}$

$6\vec{i} - \vec{j} - 6\vec{k}$

$6\vec{i} + \vec{j} + 6\vec{k}$

$6\vec{i} + 6\vec{k}$

9. Градиент скалярного поля  $u = x^2 - xz + yz$  в точке  $A(0;1;1)$  имеет вид...

$-\vec{i} + \vec{j} + \vec{k}$

$\vec{i} + \vec{j} + \vec{k}$

$-\vec{i} - \vec{j} + 2\vec{k}$

$-\vec{i} + \vec{j} + 2\vec{k}$

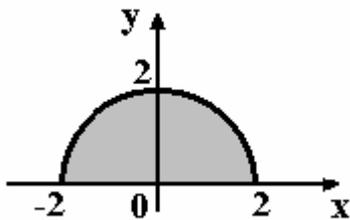
10. Производная скалярного поля  $u = x^2 + 2yx - 4y$  в точке  $C(-1; -1)$  в направлении единичного вектора  $\vec{e} = (1; 0)$  равна...

- 4
- 10
- 1
- 6

11. На числовой прямой дана точка  $x = 5,6$ . Тогда ее «окрестностью» может являться интервал ...

- (5,2 ; 5,6)
- (5,6 ; 5,9)
- (5,4 ; 5,9)
- (5,4 ; 5,8)

12. Мера множества, изображенного на рисунке,



равна...

- $4\pi$
- $2\pi$
- $\pi$
- $3\pi$

13. образом отрезка  $[0; 1]$  при отображении  $f = 3x + 2$  является...

- [2; 3]
- [2; 5]
- [0; 3]
- (2; 5)

14. Дифференциальное уравнение

$$y' - \frac{3}{x}y = x$$

является...

- уравнением Бернулли
- дифференциальным уравнением с разделяющимися переменными

ми

- линейным неоднородным дифференциальным уравнением
- однородным дифференциальным уравнением

15. Игральная кость бросается один раз. Тогда вероятность того, что на верхней грани выпадет не более пяти очков, равна...

- $\frac{1}{6}$
- $\frac{5}{6}$
- 1
- $\frac{2}{3}$

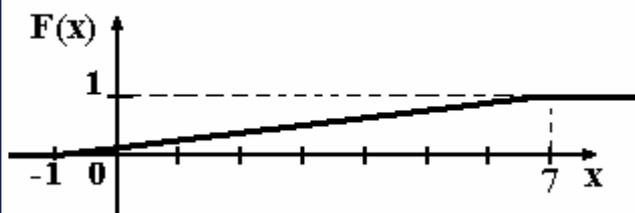
16. Дискретная случайная величина  $X$  задана законом распределения вероятностей:

$X$	-1	0	3
$p$	0,1	0,3	0,6

Тогда математическое ожидание случайной величины  $Y=3X$  равно...

- 6
- 5,7
- 5,1
- 4,7

17. График функции распределения вероятностей непрерывной случайной величины  $X$  имеет вид:



Тогда математическое ожидание  $X$  равно...

- 8
- 7
- 4
- 3

18. В результате измерений некоторой физической величины одним прибором (без систематических ошибок) получены следующие результаты (в мм): 11, 14, 14. Тогда несмещенная оценка дисперсии из-

мерений равна...

- 2
- 6
- 3
- 13

19. Положительный корень уравнения  $x^3 + 12x^2 + 23x - 36 = 0$  равен...

- 9
- 1
- 3
- 4

20. Действительный корень уравнения

$$3e^x + x - 3 = 0$$

принадлежит интервалу...

- $\left(-\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right)$
- $\left(\frac{1}{2}; \frac{3}{2}\right)$
- $\left(-\frac{3}{2}; -\frac{1}{2}\right)$
- $\left(\frac{3}{2}; \frac{5}{2}\right)$

#### 4. Требования к рейтинг-контролю.

Оценка уровня сформированности компетенций осуществляется в процессе следующих форм контроля:

- следящего (проводится оценка выполнения студентами заданий в ходе аудиторных занятий: самостоятельное решение задач в тетрадях и у доски, знание определений, правил, формул);
- текущего (оценивается работа студентов вне аудиторных занятий: выполнение домашних заданий, выполнение расчетно-графических работ, подготовка проектов, рефератов, выпуск стенгазет);
- промежуточного (рейтинговые точки – контрольная работа);
- итогового (экзамен).

Формы и способы контроля соответствуют цели обучения и избранным образовательным технологиям, методам формирования компетенций.

Рейтинг проводится по дисциплине в соответствии с графиком учебного процесса и [положением о рейтинговой системе обучения в ТвГУ](#)

## VII. Материально-техническое обеспечение

### Для аудиторной работы

<b>Наименование специальных помещений и помещений для самостоятельной работы</b>	<b>Оснащенность специальных помещений и помещений для самостоятельной работы</b>	<b>Перечень лицензионного программного обеспечения. Реквизиты подтверждающего документа</b>
Учебная аудитория № 201 (170021, Тверская обл., г. Тверь, ул. 2-ая Грибоедова, д. 22)	Столы, стулья, кафедра, доска, проекционный экран	
Учебная аудитория № 203 (170021, Тверская обл., г. Тверь, ул. 2-ая Грибоедова, д. 22)	Столы, стулья, кафедра, доска, проекционный экран	
Учебная аудитория № 214 (170021, Тверская обл., г. Тверь, ул. 2-ая Грибоедова, д. 22)	Столы, стулья, кафедра, доска, стационарный проектор с экраном; информационные стенды	Google Chrome – бесплатно Microsoft Office 365 pro plus - Акт приема-передачи № 369 от 21 июля 2017 Microsoft Windows 10 Enterprise - Акт приема-передачи № 369 от 21 июля 2017 Kaspersky Endpoint Security 10 для Windows – Акт на передачу прав №2129 от 25 октяб-

<p>Кабинет информационных технологий в таможенном деле и в юриспруденции и специализированный компьютерный класс для анализа и обработки данных по электронному декларированию товаров, таможенной статистике, управлению. № 219 (170021, Тверская обл., г. Тверь, ул. 2-ая Грибоедова, д. 22)</p>	<p>Стол, стулья  Лазерный принтер SAMSUNG ML-2850D  Принтер HP DJ 7350  Принтер лазерный HP LJ 1200  Видеокамера цифровая Canon-MV 15501  Копировальный аппарат Sharp SF 2530 (с дуплексом и податчиком А3 30 коп/мин 20000 коп/мес)  Сканер EPSON Perfection V30  Брошюровщик Ibmatic (25 листов/500 листов)  Компьютер AS S 775 P4 D 915-2.80 GHz/DDR2*256Mb/16 Gb/DVD/клав/мышь+Монитор 17" LG  Компьютер AS S 775 P4 D 915-2.80 GHz/DDR 2*256Mb/SATA II 16Gb/DVD/клав/мышь+Монитор 17" LG  Компьютер Ramec Storm Custom W Intel Core i5-650/2*2048Mb/DVD RW/клав/мышь/Монитор ViewSonic TFT 21.5" VA2238W-LED  Компьютер P4 524 Box/Asus P5LD2-SE/C/2*512DDR II/80SATA II ASUS X300SE/CDRW LG/FDD/TS 082 350W/Ok! 323M/lppjn Comfo 600Pro/HP 2400Beng 71G+  Ноутбук Dell Inspiron 1300 (1.7 GHz) 15.4WXGA. 512MB. 80GB  Ноутбук Packard Bell TX86-JO-501RU 15,6" Ci5 480M/4G/500G/GT450M 1Gb/DVDRW/WiFi/BT/cam/W7HP/мышь/сумка CC01  Монитор LG 15" L1511S  Проектор LGRD-JT90, DLP ,2 200 ANSI Lm  ИБП Back-UPS ES 700 VA/405W 230V  ИБП Back-UPS ES 700 VA/405W 230V</p>	<p>ря 2016 г.  Google Chrome- бесплатно  Kaspersky Endpoint Security 10 для Windows- антивирус  Microsoft Office профессиональный плюс 2013 (акт приема-передачи № 369 от 21 июля 2017 г.)  Альта-ГТД- Товарная накладная Tr074793 от 22.12.2014  СПС ГАРАНТ аэро - договор № 5/2018 от 31.01.2018  Заполнитель- Товарная накладная Tr074793 от 22.12.2014  Такса - Товарная накладная Tr074793 от 22.12.2014  Таможенные документы - Товарная накладная Tr074793 от 22.12.2014  СПС Консультант-Плюс: версия Проф. – договор № 2018C8702  Microsoft Windows 10 Enterprise (акт приема-передачи № 369 от 21 июля 2017 г.)</p>
--	--	---

ИБП Back-UPS ES 700 VA/405W  
230V

Компьютер iRUCorp 510 I5-  
2400/4096/500/G210-512/DVD-  
RW/W7S/монитор E-Machines  
E220HQVB 21.5" (10 шт)

Мультимедийный комплект учебно-  
го класса (вариант №2) Проектор  
Casio XJ-M140, настенный проекц.  
экран Lumien 180\*180.ноутбук Dell  
N4050. сумка 15,6",мышь

Проектор Panasonic PT-VW340ZE с  
потолочным креплением и экраном  
Принтер формата А3 Kyocera FS-  
6970DN

Компьютер в составе: системный  
блок HP 260 G1 Desktop Mini Pen  
3558 V 4GB 500 7200 Ubuntu linex  
3yb

Компьютер в составе: системный  
блок HP260 G1 Desktop Mini Pen 3558  
V 4GB 500 720

Персональный компьютер в составе:  
Lenovo ThinkCentre, монитор  
LCD AOC 21,5"

Ноутбук Acer Aspire

Лампа осветительная

Экран на штативе Draper Diplomat  
213\*213(84"x84") (M082-07830) (-  
07830)

Магнитола

Видеокассета

Жалюзи вертикальные

Штатив для видеокамеры

D-Link DES-1016D Коммутатор 16-  
port 000000000008534

ИБП ipron BACK Power Pro  
000000000006361

ИБП ipron BACK Power Pro  
000000000006361

Камера Web Logitech  
000000000009430

Принтер HP LJ 2015 (A4 1200\*1200)

Ноутбук Acer Aspire (33 шт)

Принтер лазерный HP LJ 1020 A4

<p>Учебная аудитория № 220 (170021, Тверская обл., г. Тверь, ул. 2-ая Грибоедова, д. 22)</p>	<p>Столы, стулья, кафедра, доска, переносной мультимедийный проектор с экраном; информационные стенды</p>	
<p>Учебная аудитория № 221 (170021, Тверская обл., г. Тверь, ул. 2-ая Грибоедова, д. 22)</p>	<p>Столы, стулья, кафедра, доска</p>	
<p>Учебная аудитория № 223 (170021, Тверская обл., г. Тверь, ул. 2-ая Грибоедова, д. 22)</p>	<p>Столы, стулья, кафедра, доска, проекционный экран</p>	
<p>Лекционная аудитория, учебная аудитория № 109 (170021, Тверская обл., г. Тверь, ул. 2-ая Грибоедова, д. 22)</p>	<p>Столы, стулья, кафедра, доска</p>	
<p>Компьютерный класс, учебная аудитория и кабинет самостоятельной работы студентов № 407 (170021, Тверская обл., г. Тверь, ул. 2-ая Грибоедова, д. 22)</p>	<p>Столы, стулья, кафедра, доска; Компьютеры (25 шт)</p>	<p>Google Chrome- бесплатно Kaspersky Endpoint Security 10 для Windows- антивирус Microsoft Office профессиональный плюс 2013(акт приема-передачи № 369 от 21 июля 2017 г.) СПС ГАРАНТ аэро - договор № 5/2018 от 31.01.2018 СПС Консультант-Плюс: версия Проф.</p>

		– договор № 2018С8702 Microsoft Windows 10 Enterprise (акт приема-передачи № 369 от 21 июля 2017 г.)
--	--	--

**VIII. СВЕДЕНИЯ ОБ ОБНОВЛЕНИИ РАБОЧЕЙ ПРОГРАММЫ  
ДИСЦИПЛИНЫ**

<b>№ п.п.</b>	<b>Обновленный раздел рабочей программы дис- циплины (или модуля)</b>	<b>Описание внесенных изме- нений</b>	<b>Дата и прото- кол заседания кафедры, утвердившего изменения</b>