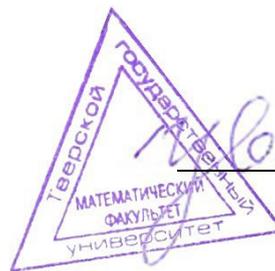


Документ подписан простой электронной подписью  
Информация о владельце:  
ФИО: Смирнов Сергей Николаевич  
Должность: врио ректора  
Дата подписания: 11.08.2023 10:53:46  
Уникальный программный ключ:  
69e375c64f7e975d4e8830e7b4fcc2ad1bf35f08

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации  
ФГБОУ ВО «Тверской государственный университет»

Утверждаю:

Руководитель ООП



Цветков В.П.

«10» апреля 2023г.

Рабочая программа дисциплины (с аннотацией)

**Математические методы гравитации и космологии**

Направление подготовки

**02.03.01 Математика и компьютерные науки**

Направленность (профиль)

**Математическое и компьютерное моделирование**

Для студентов 4-го курса очной формы обучения

Составитель:

Цирулев А.Н.

Тверь, 2023

## **I. Аннотация**

### **1. Цель и задачи дисциплины**

Целью освоения дисциплины является формирование и развитие у обучающихся компетенций в области использования аппарата современной тензорной алгебры, дифференциальной геометрии и вариационного исчисления в теории гравитации, развитие навыков аналитического и качественного исследования известных математических моделей гравитирующих конфигураций.

Задачами освоения дисциплины являются:

- 1) усвоение основных понятий и принципов общей теории относительности, знакомство с основными точными решениями уравнений Эйнштейна;
- 2) обобщение и систематизация знаний в области дифференциальной геометрии и вариационного исчисления в процессе изучения прикладных задач теории гравитации;
- 3) овладение основными приемами рассуждений и навыками, необходимыми для решения задач математического моделирования в теории гравитации.

### **2. Место дисциплины в структуре образовательной программы**

Дисциплина входит в блок элективных дисциплин, она изучает свойства гравитирующих объектов, используя методы дифференциальной геометрии, математического анализа и алгебры. Она базируется на знаниях, полученных в ходе изучения дисциплин, формирующих общепрофессиональные и профессиональные компетенции, в особенности, дисциплин «Математический анализ», «Дифференциальная геометрия и топология», «Фундаментальная и компьютерная алгебра», «Дифференциальные уравнения», «Дополнительные главы дифференциальной геометрии».

Освоение дисциплины «Геометрические и топологические методы в математическом моделировании» формирует у обучающегося знания, умения и навыки, которые необходимы в дальнейшем в цикле «Практика и научно-исследовательская работа», а также в магистратуре.

Дисциплина изучается в 7-м и 8-м семестрах.

### **3. Объем дисциплины:**

8 зачетных единиц, 288 академических часов, **в том числе:**

**контактная аудиторная работа:** лекции 50 часов, практические занятия 50 часов;

**самостоятельная работа:** 188 часов, в том числе контроль работы 31 час.

**4. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы**

Планируемые результаты освоения образовательной программы (формируемые компетенции)	Планируемые результаты обучения по дисциплине
ПК-1 Способен анализировать и прогнозировать поведение социально-экономических и природных систем на основе их математических и компьютерных моделей	<p>ПК-1.1 Составляет и реализует комплексы программ для вычисления основных параметров математических и компьютерных моделей социально-экономических и природных систем</p> <p>ПК-1.2 Анализирует и прогнозирует поведение социально-экономических и природных систем при изменении значений управляющих параметров математических и компьютерных моделей этих систем</p>

**5. Форма промежуточной аттестации семестр прохождения:** зачет в 7-м семестре и экзамен в 8-м семестре

**6. Язык преподавания русский.**

**II. Содержание дисциплины, структурированное по темам с указанием отведенного количества академических часов и видов учебных занятий**

Наименование тем	Всего (час.)	Контактная работа (час.)			Самост. работа, в т. числ. контроль
		Лекции	Практические занятия	Котроль самост. работы	
1. Тензорный анализ и формулировка теории гравитации.	110	20	20	10	70
2. Математические модели гравитирующих систем.	68	10	10	11	48
3. Численные и аналитические методы теории гравитации.	110	20	20	10	70
4. ИТОГО	288	50	50	31	188

### III. Образовательные технологии

Учебная программа – наименование разделов	Вид занятия	Образовательные технологии
1. Тензорный анализ и формулировка теории гравитации	Практические занятия	Дискуссионные технологии: круглый стол
2. Математические модели гравитирующих систем	Практические занятия	Дискуссионные технологии: дебаты Метод case-study
3. Численные и аналитические методы теории гравитации	Практические занятия	Тренинг Метод case-study
4. Тензорный анализ и формулировка теории гравитации	Лекции	Активное слушание
5. Математические модели гравитирующих систем	Лекции	Активное слушание
6. Численные и аналитические методы теории гравитации	Лекции	Активное слушание Технологии развития критического мышления

### IV. Оценочные материалы для проведения текущей и промежуточной аттестации

Текущая аттестация проводится во время контактной работы и включает в себя выполнение типовых контрольных заданий, которые будут включены в программу экзамена.

Экзамен проводится в устной форме и включает в себя ответ на устный вопрос и выполнение типового задания, аналогичного заданиям, выполняемым в процессе контактных занятий.

## Типовые контрольные задания и/или критерии для проверки компетенций ПК-1.1, ПК-1.2

Требования к обучающемуся	Типовые контрольные задания для оценки знаний, умений, навыков	Показатели и критерии оценивания, шкала оценивания
Уметь формализовать знания в виде формул, необходимых для решения задачи	<p><b>1.</b> Вычислить внешний дифференциал 1-формы <math>p = (x dy - y dx)/(x^2 + y^2)</math>. Является ли эта форма точной?</p> <p><b>2.</b> Вычислить вариацию лагранжиана скалярного поля.</p> <p><b>3.</b> Сформулировать задачу Коши для геодезического движения.</p>	<p>Имеется верное решение, включающее правильный ответ (приведенное доказательство верно) – 5 баллов;</p> <p>Имеется верное решение части задачи – 2 балла;</p> <p>Решение не дано ИЛИ дано неверное решение – 0 баллов</p>

### Типовые контрольные задания к зачету

1. В среде MAPLE10 написать код для вычисления формы объема на трехмерных многообразиях постоянной кривизны: на сфере и в пространстве Лобачевского.
2. Вывести уравнения Максвелла в терминах дифференциальных форм.

### 4. Шкала оценивания – устный экзамен

№.	Тип ответа или степень выполнения контрольного задания	Оценка в баллах
1.	Полный ответ	5
2.	Неполный, но правильный и логически точный ответ	4
3.	Неполный ответ, содержащий мелкие неточности или несущественные ошибки в выполнении контрольного задания	3
4.	Частичный ответ, освещающий лишь некоторые аспекты вопроса, или грубые ошибки в выполнении контрольного задания при хорошем понимании метода	2
5.	Нет конкретного ответа, но есть общее понимание темы	1

## **V. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины**

### **а) Основная литература:**

1. Дубровин Б.А., Новиков С.П., Фоменко А.Т. Современная геометрия: Методы и приложения. М.: Эдиториал УРСС, 2010. Т. 1-2.
2. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Теоретическая физика: В 10 т. Т. II. Теория поля. М.: Наука, 2008.
3. Фейнман Р.Ф., Мориниго Ф.Б., Вагнер У.Г. «Фейнмановские лекции по гравитации». М.: Янус-К, 2009

### **б) Дополнительная литература:**

1. Мизнер Ч., Торн К., Уилер Дж. Гравитация. М.: Мир, 1977.
2. Вейнберг С. Гравитация и космология. М.: Мир, 1975.
3. Шутц Б. Геометрические методы математической физики. М.: Мир, 1984

### **в) Программное обеспечение:**

1. Лицензионное: MAPLE10;
2. Свободное: C#, C++, Java

### **г) Информационные ресурсы:**

- <http://library.tversu.ru/>
- <https://arxiv.org/>
- <http://www.mathnet.ru/>
- <http://www.mi-ras.ru/>

## **VI. Методические материалы для обучающихся по освоению дисциплины**

Подробное содержание изучаемых тем:

### **Тема 1. Тензорный анализ и формулировка теории гравитации**

Определение многообразия. Функции и кривые на многообразии. Касательное пространство. Векторные поля и интегральные кривые. Скобка Ли. Тензорные поля на многообразии. Дифференцирования вдоль векторных полей. Производная Ли. Ковариантная производная. Кривизна и кручение. Тождества Бианки. Векторные расслоения. Связность и форма кривизны в расслоении. Дифференциальные формы. Тензор Риччи. Уравнения Эйнштейна. Тензор энергии-импульса идеальной жидкости.

### **Тема 2. Математические модели гравитирующих систем**

Решение Шварцшильда. Горизонт событий. Черные дыры. Расширение Крускала. Самогравитирующее скалярное поле. Голые сингулярности и кротовые норы. Уравнения Эйнштейна-Клейна-Гордона. Электромагнитное поле. Уравнения Максвелла. Космология Фридмана. Современные космологические модели.

### **Тема 3. Численные и аналитические методы теории гравитации**

Действие в классической теории поля. Вариационный принцип. Уравнения Эйлера-Лагранжа для полей. Тензор энергии-импульса. Вывод уравнений Эйнштейна из вариационного принципа. Использование систем компьютерной алгебры для автоматизации расчетов в теории гравитации. Численное исследование геодезического движения вблизи изолированных гравитирующих объектов.

**Самостоятельная работа студентов**, предусмотренная учебным планом должна соответствовать более глубокому усвоению изучаемого курса, формировать навыки исследовательской работы и ориентировать студентов на умение применять теоретические знания на практике.

Самостоятельная работа включает следующие виды самостоятельной работы студентов:

- работа с рекомендованной учебной литературой;
- выполнение домашних заданий;
- подготовка к зачёту.

Организуя свою учебную работу, студенты должны:

*Во-первых*, выявить рекомендуемый режим и характер учебной работы по изучению теоретического курса, практическому применению изученного материала, по выполнению заданий для самостоятельной работы, по использованию информационных технологий и т.д.

*Во-вторых*, ознакомиться с указанным в методическом материале по дисциплине перечнем учебно-методических изданий, рекомендуемых студентам для подготовки к занятиям и выполнения самостоятельной работы, а также с методическими материалами на бумажных и/или электронных носителях, выпущенных кафедрой своими силами и предоставляемые студентам во время занятий.

*1. Работа с литературой.* Для полноценного усвоения курса студент должен, прежде всего, овладеть основными понятиями этой дисциплины. Необходимо усвоить определения и понятия, уметь приводить их точные формулировки, приводить примеры объектов, удовлетворяющих этому определению. Кроме того, необходимо знать круг фактов, связанных с данным понятием. Требуется также знать связи между понятиями, уметь устанавливать соотношения между классами объектов, описываемых различными понятиями.

*2. Самостоятельное изучение тем.* Самостоятельная работа студента является важным видом деятельности, позволяющим хорошо усвоить изучаемый предмет и одним из условий достижения необходимого качества подготовки и профессиональной переподготовки специалистов. Она предполагает самостоятельное изучение студентом рекомендованной учебно-методической литературы, различных справочных материалов, написание рефератов, выступление с докладом, подготовку к лекционным и практическим занятиям, подготовку к зачёту и экзамену.

3. *Подготовка к практическим занятиям.* При подготовке к практическим занятиям студентам рекомендуется следовать методическим рекомендациям по работе с учебными пособиями, приведенным выше.

4. *Составление конспектов.* В конспекте отражены основные понятия темы. Для наглядности и удобства запоминания использованы схемы и таблицы.

5. *Подготовка к экзамену.* При подготовке к экзамену студенты должны использовать как самостоятельно подготовленные конспекты, так и материалы, полученные в ходе лекций.

### **Вопросы к экзамену**

1. Определение многообразия. Функции и кривые на многообразии.
2. Касательное пространство. Векторные поля и интегральные кривые.
3. Скобка Ли.
4. Тензорные поля на многообразии.
5. Дифференцирования вдоль векторных полей. Производная Ли.
6. Ковариантная производная.
7. Кривизна и кручение. Тождества Бианки.
8. Векторные расслоения. Связность и форма кривизны в расслоении.
9. Дифференциальные формы. Внешнее дифференцирование
10. Форма объема. Интегрирование дифференциальных форм.
11. Тензор Риччи. Уравнения Эйнштейна.
12. Тензор энергии-импульса идеальной жидкости.
13. Черные дыры. Расширение Крускала.
14. Самогравитирующее скалярное поле. Уравнения Эйнштейна-Клейна-Гордона.
15. Голые сингулярности и кротовые норы.
16. Электромагнитное поле. Уравнения Максвелла.
17. Космология Фридмана.
18. Современные космологические модели.
19. Действие в классической теории поля. Вариационный принцип.
20. Уравнения Эйлера-Лагранжа для полей.
21. Тензор энергии-импульса.
22. Вывод уравнений Эйнштейна из вариационного принципа.

## **VII. Материально-техническое обеспечение**

Учебная аудитория с мультимедийной установкой.

## **VIII. Сведения об обновлении рабочей программы дисциплины**

№п.п.	Обновленный раздел рабочей программы дисциплины	Описание внесенных изменений	Реквизиты документа, утвердившего изменения