

Документ подписан простой электронной подписью
Информация о владельце:
ФИО: Смирнов Сергей Николаевич
Должность: врио ректора
Дата подписания: 28.09.2023 09:18:46
Уникальный программный ключ:
69e375c64f7e975d4e8830e7b4fcc2ad1bf35f08

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
ФГБОУ ВО «Тверской государственный университет»



Утверждаю:
Руководитель ООП
А.С. Бысюк
30 июня 2022 г.

Рабочая программа дисциплины (с аннотацией)
Математическая обработка данных в психологии

Направление подготовки
44.03.02 Психолого-педагогическое образование

Направленность (профиль)
Педагог-психолог в образовании
Для студентов 3 курса очной формы обучения

БАКАЛАВРИАТ

Составитель: Щербакова С.Ю.

Тверь, 2022

I. Аннотация

1. Цель и задачи дисциплины

Целью освоения дисциплины является: формирование у студентов нацеленности на достижение научной обоснованности их будущей профессиональной деятельности.

Задачами освоения дисциплины являются:

1. Повысить уровень фундаментальной математической подготовки студентов с усилением ее прикладной направленности.

2. Продемонстрировать возможности математического моделирования, рассмотреть некоторые модели и области их применения в специальном образовании.

3. Дать обзор возможностей метода математического моделирования как универсального метода формализации знаний независимо от уровня организации моделируемых объектов.

2. Место дисциплины в структуре ООП

Раздел образовательной программы, к которому относится данная дисциплина - обязательная часть учебного плана. Дисциплина связана с другими частями образовательной программы (дисциплинами и практиками): «Основы психодиагностики», «Практикум по общей и экспериментальной психологии», «Введение в методологию научного исследования», «Психолого-педагогическая диагностика», «Информационно-коммуникационные технологии в профессиональной деятельности», учебные и производственные практики. Требования к «входным» знаниям и умениям обучающегося, необходимым при освоении данной дисциплины и приобретенным в результате освоения предшествующих дисциплин: представления о методологических основах психолого-педагогической деятельности и принципах профессиональной этики, в т.ч. при проведении диагностики в научных исследованиях, готовность применять качественные и количественные методы в психологических исследованиях, представления о стандартных диагностических методах и технологиях; о сборе и первичной обработке информации, результатов психологических наблюдений и диагностики. Дисциплины и практики, для которых освоение данной дисциплины необходимо как предшествующее: «Информационно-коммуникационные технологии в профессиональной деятельности», учебные и производственные практики.

3. Объем дисциплины: для очной формы обучения: 2 зачетных единицы, 72 академических часа, в том числе:

контактная аудиторная работа: лекции 18 часов, практические занятия 18 часов; самостоятельная работа: 36 часа.

4. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы

Планируемые результаты освоения образовательной программы (формируемые компетенции)	Планируемые результаты обучения по дисциплине
УК-1 Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	УК-1.1Анализирует задачу, выделяя её базовые составляющие
	УК-1.2Определяет, интерпретирует и ранжирует информацию, требуемую для решения поставленной задачи
УК - 9 Способен принимать обоснованные экономические решения в различных областях жизнедеятельности	УК – 9.4. Применяет методы личного экономического и финансового планирования для достижения поставленных целей УК – 9.5. Контролирует собственные экономические и финансовые риски
ОПК – 5 Способен осуществлять контроль и оценку формирования результатов образования учащихся, выявлять и корректировать трудности в обучении	ОПК – 5.1. Осуществляет отбор диагностических средств, форм контроля и оценки сформированности образовательных результатов
ОПК-9 Способен понимать принципы работы современных информационных технологий и использовать их для решения задач профессиональной деятельности	ОПК -9.3. Применяет навыки создания диалоговой среды посредством ИКТ (использование технологий социальной геймификации, гибридные ИИ системы, чат-боты; использование программно-технологического обеспечения образовательного процесса (технологии «Виртуальная реальность», телекоммуникации, технологии дистанционного обучения); использование программ для обработки и вычисления данных (Google Таблицы и т.д.))

5. Форма промежуточной аттестации и семестр прохождения - по очной форме обучения - зачет в 5 семестре.

6. Язык преподавания русский.

II. Содержание дисциплины, структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий

Для очной формы обучения:

Учебная программа –	Всего	Контактная работа (час.)	Самостоятель
---------------------	-------	--------------------------	--------------

наименование разделов и тем	(час.)	Лекции	Практические занятия	Контроль самостоятельной работы (в том числе курсовая работа)	ная работа, в том числе Контроль (час.)
1. Математические основы планирования исследования 1.1. Предмет математической статистики Основная задача и основной метод статистики.	3	1			2
1.2. Основные понятия математической статистики, используемые в психолого-педагогических исследованиях.	3	1			2
1.3. Генеральная совокупность, выборка, объем выборки, относительная частота.	4	1	1		2
2. Методы обработки одномерных данных 2.1. Статистическая информация и формы ее представления.	4	1	1		2
2.2.. Статистический ряд и числовые характеристики статистических рядов. Интервальные ряды, интервальные оценки.	6	2	2		2
2.3. Понятие нормального распределения.	5	1	2		2
2.4. Статистические гипотезы (нулевая и альтернативная). Общие принципы проверки статистических гипотез.	6	2	2		2

3. Сравнительный анализ 3.1. Понятие о критерии различия. Параметрические и непараметрические критерии. Непараметрические критерии для несвязных выборок. U-критерий Манна - Уитни и Q-критерий Розенбаума: назначение и описание критериев, алгоритм подсчёта.	5	1	2		2
3.2. Непараметрические критерии для связанных выборок. Критерий знаков G и парный критерий T-Вилкоксона: назначение и описание критериев, алгоритм подсчёта.	5	1	2		2
3.3. Критерии согласия распределений. Понятие о критериях согласия. Критерий χ -квадрат и критерий Фишера-ф (угловое преобразование Фишера): назначение и описание критериев, алгоритм подсчёта.	5	1	2		2
4. Корреляционный анализ 4.1. Понятие корреляционной связи. Коэффициенты корреляции. Ранговый коэффициент линейной корреляции Спирмена	6	2	2		2
4.2. Коэффициент линейной корреляции Пирсона: назначение и описание критериев, алгоритм подсчёта.	6	2	2		2
5. Использование методов математической статистики в контексте задач психолого-педагогического исследования	12				12
ИТОГО	72	18	18		36

Содержание дисциплины:

Тема 1. Математические основы планирования исследования

Предмет математической статистики. Основная задача и основной метод статистики. Основные понятия математической статистики, используемые в психолого-педагогических исследованиях.

Понятие измерения в психологии. Измерительные шкалы (номинативная, порядковая, интервальная шкалы и шкала равных отношений).

Генеральная совокупность, выборка, объем выборки, относительная частота. Виды выборок.

Тема 2. Методы обработки одномерных данных

Статистическая информация и формы ее представления: статистические таблицы (простые и составные), статистические ряды.

Числовые характеристики распределений: средние значения (мода, медиана, среднее арифметическое); размах ряда, математическое ожидание, дисперсия и квадратичное отклонение.

Интервальные ряды, интервальные оценки.

Понятие нормального распределения.

Статистические гипотезы (нулевая и альтернативная). Общие принципы проверки статистических гипотез.

Тема 3. Сравнительный анализ

Понятие о критерии различия. Параметрические и непараметрические критерии.

Непараметрические критерии для несвязных выборок. U-критерий Манна - Уитни и Q-критерий Розенбаума: назначение и описание критериев, алгоритм подсчёта.

Непараметрические критерии для связанных выборок. Критерий знаков G и парный критерий T-Вилкоксона: назначение и описание критериев, алгоритм подсчёта.

Критерии согласия распределений. Понятие о критериях согласия. Критерий χ -квадрат и критерий Фишера-ф (угловое преобразование Фишера): назначение и описание критериев, алгоритм подсчёта.

Тема 4. Корреляционный анализ

Понятие корреляционной связи. Коэффициенты корреляции. Ранговый коэффициент линейной корреляции Спирмена и коэффициент линейной корреляции Пирсона: назначение и описание критериев, алгоритм подсчёта.

Тема 5. Использование методов математической статистики в контексте задач психолого-педагогического исследования

Спектр задач психолого-педагогического исследования: выявление различий в уровне исследуемого признака; оценка сдвига значений исследуемого признака; выявление различий в распределении признака; выявление степени согласованности изменений. Алгоритм разработки плана эмпирического (экспериментального) исследования с соответствующими методами математической статистики.

III. Образовательные технологии

Учебная программа – наименование разделов и тем <i>(в строгом соответствии с разделом II РПД)</i>	Вид занятия	Образовательные технологии
1. Математические основы планирования исследования 1.1. Предмет математической статистики Основная задача и основной метод статистики.		Устный опрос по самостоятельному изучению темы
1.2. Основные понятия математической статистики, используемые в психолого-педагогических исследованиях.	ЛК	Лекция-презентация
1.3. Генеральная совокупность, выборка, объем выборки, относительная частота	ЛК ПЗ	Традиционная лекция Групповое проблемное обсуждение областей применения понятий математической статистики в предметной области «Психология».
2. Методы обработки одномерных данных 2.1. Статистическая информация и формы ее представления.	ЛК ПЗ	Лекция-презентация

2.2.. Статистический ряд и числовые характеристики статистических рядов. Интервальные ряды, интервальные оценки.	ЛК ПЗ	Традиционная лекция
2.3. Понятие нормального распределения.	ПЗ	Проблемная групповая работа.
2.4. Статистические гипотезы (нулевая и альтернативная). Общие принципы проверки статистических гипотез.	ЛК ПЗ	Традиционная лекция Решение задач
3. Сравнительный анализ 3.1. Понятие о критерии различия. Параметрические и непараметрические критерии. Непараметрические критерии для несвязных выборок. U-критерий Манна - Уитни и Q-критерий Розенбаума: назначение и описание критериев, алгоритм подсчёта.	ЛК ПЗ	Традиционная лекция Решение задач
3.2. Непараметрические критерии для связанных выборок. Критерий знаков G и парный критерий Т-Вилкоксона: назначение и описание критериев, алгоритм подсчёта.	ЛК ПЗ	Традиционная лекция Проблемная групповая работа.
3.3. Критерии согласия распределений. Понятие о критериях согласия. Критерий χ -квадрат и критерий Фишера-ф (угловое преобразование Фишера): назначение и описание критериев, алгоритм подсчёта.	ЛК ПЗ	Лекция-презентация Деловая игра «Психологический эксперимент».
4. Корреляционный анализ 4.1. Понятие корреляционной связи. Коэффициенты корреляции. Ранговый коэффициент линейной корреляции Спирмена	ЛК ПЗ	Традиционная лекция Проект «Психологический эксперимент»
4.2. Коэффициент линейной корреляции Пирсона: назначение и описание критериев, алгоритм подсчёта.	ЛК ПЗ	Традиционная лекция Проблемная групповая работа
5. Использование методов математической статистики в контексте задач психолого-педагогического исследования	Самостоятельная работа	Разработка индивидуальных проектов

IV. Оценочные материалы для проведения текущей и промежуточной аттестации

Оценочные материалы для проведения текущей аттестации

могут включать: контрольные вопросы и задания для семинарских/практических/лабораторных занятий, контрольных работ, коллоквиумов, образцы контрольных тестов, темы рефератов, эссе, творческих заданий

Примерные вопросы теста

1. Какова роль измерения в психологических исследованиях?

а. измерение позволяет перейти от качественного уровня анализа к выявлению количественных соотношений и закономерностей;

б. определяет предварительный уровень исследования;

в. измерение является психологическим признаком переменной;

г. измерение – это процедура, с помощью которой измеряемый объект сравнивается с некоторым эталоном и получает численное выражение в определенном масштабе или шкале;

2. Какие типы измерительных шкал используются в психологических исследованиях (отметьте)?

а. номинативная (номинальная, шкала наименований);

б. классифицирующая;

в. порядковая (ранговая, одинарная, шкала порядка);

г. упорядочивающая (шкала порядка);

д. интервальная (шкала интервалов);

е. смысловая (шкала смыслов);

ж. отношений (шкала равных отношений);

3. Что такое выборка и генеральная совокупность (выберите правильные высказывания, относящиеся к этим понятиям)?

а. выборка – это часть людей, отобранная из значительно большей по численности группы, которая называется генеральной совокупностью;

б. генеральная совокупность – это часть людей, отобранная из значительно большей по численности группы, которая называется выборка;

в. конечной целью психологического исследования является распространение выводов, полученных на выборке, на всю изучаемую генеральную совокупность;

г. конечной целью психологического исследования является распространение выводов, полученных на генеральной совокупности, на всю изучаемую выборку;

- д. выборки бывают независимыми и зависимыми;
- е. генеральная совокупность должна удовлетворять требованию репрезентативности.

Оценочные материалы для проведения промежуточной аттестации

Планируемый образовательный результат (компетенция, индикатор)	Формулировка задания (2-3 примера)	Вид и способ проведения промежуточной аттестации (возможные виды: творческие задания, кейсы, ситуационные задания, проекты, иное; способы проведения: письменный / устный)	Критерии оценивания и шкала оценивания
Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	<p>При проведении исследования ставится проблем измерения нескольких переменных. Выделите переменные, которые необходимо измерить для проверки поставленных гипотез.</p> <p>«Педагога-психолога интересует вопрос: является ли выбранная им методика обучения достаточно эффективной для развития мыслительных операций?»</p>	Ситуационные задания/письменный	<p><i>2 балла</i> – Умеет на основе анализа задачи правильно интерпретировать информацию, требуемую для ее решения</p> <p><i>1 балл</i> – Допускает ошибки при интерпретировании или ранжировании информации для решения поставленной задачи, но исправляет их после подсказки</p> <p><i>0 баллов</i> - Не может интерпретировать и ранжировать информацию для решения поставленной задачи даже после подсказки</p> <p><i>2 балла</i> – Знает и правильно выбирает способ решения поставленной задачи</p> <p><i>1 балл</i> – Знает</p>
	Обоснуйте ответ.		

Способен осуществлять контроль и оценку формирования результатов образования учащихся, выявлять и корректировать трудности в обучении

Изучались особенности интеллектуальных функций, успешность выполнения интеллектуальных заданий у обучающихся в различных образовательных средах. Результаты проведенного исследования представлены в таблице ниже. Можно ли утверждать, что между обучающимися различных образовательных сред существуют значимые показатели в успешности выполнения заданий?

Способен принимать обоснованные экономические решения в различных областях жизнедеятельности

Типовое контрольное задание 1. Представьте ситуацию: во время прохождения практики к вам подходит один из родителей ребенка, с которым вы проводили диагностику

Ситуационные задания/письменный

различные способы, но неправильно выбирает для решения поставленной задачи, однако исправляет ошибку после замечания преподавателя
0 баллов- Не знает способов

ИЛИ

неправильно выбирает способ
2 балла - Правильно выполняет задание, умеет интерпретировать полученные результаты, обладает навыками выполнения заданий на компьютере с использованием различных программы (например, SPSS)
1 балл – Правильно выполняет задание, но затрудняется в интерпретации полученных результатов, обладает навыками выполнения заданий на компьютере с использованием различных программы (например, SPSS)
0 баллов – Задание выполнено неверно
2 балла – Умеет на основе анализа задачи правильно интерпретировать информацию, требуемую для ее решения
1 балл – Допускает

и просит Вас позаниматься с его ребенком дополнительно за вознаграждение. Каковы ваши действия в данной ситуации? Ответ аргументируйте ссылаясь на нормативно-правовые документы, регламентирующие данный вид деятельности (оказание услуг населению) Типовое контрольно задание 2. Вам необходимо провести диагностику готовности к школьному обучению детей старшего дошкольного возраста. Для этого вам надо приобрести соответствующие методики. Рассчитайте стоимость необходимого вам диагностического инструментария, сравнив цены в нескольких специализированных магазинах в сети Интернет. Рассчитайте наиболее выгодный для вас вариант закупки (учитывая свои финансовые риски).

Способен понимать принципы работы современных информационных технологий и использовать их для решения задач профессиональной деятельности

С какого знака начинается ввод функций в среде MS Excel?

Проведите количественный анализ результатов диагностики с помощью Google Таблиц

Письменно

2 балла – Умеет на основе анализа задачи правильно интерпретировать информацию, требуемую для ее решения
1 балл – Допускает ошибки при интерпретировании или ранжировании информации для решения поставленной задачи, но исправляет их после

подсказки
0 баллов- Не может
интерпретировать и
ранжировать
информацию для
решения
поставленной
задачи даже после
подсказки

Показатели количества обучающихся в различных образовательных средах
(в %) для каждого уровня успешности выполнения тестового задания

Уровни	Большой город	Малый город	Село
Высокий	29,2	16,6	14
Нормальный или близкий к нормальному	59,5	60,4	59
Низкий	11,3	23	27

Вопросы для проведения промежуточного контроля знаний студентов

Модуль I

1. Роль измерения в психологических исследованиях. Типы измерительных шкал в психологических исследованиях
2. Предмет математической статистики. Основная задача и основной метод статистики. Основные понятия математической статистики, используемые в психолого-педагогических исследованиях.
3. Генеральная совокупность, выборка, объем выборки, относительная частота. Виды выборок.
4. Статистическая информация и формы ее представления: статистические таблицы (простые и составные), статистические ряды.
5. Числовые характеристики распределений: средние значения (мода, медиана, среднее арифметическое); размах ряда, математическое ожидание, дисперсия и квадратичное отклонение.
6. Интервальные ряды, интервальные оценки.

7. Нормальный закон распределения и его роль в психологических исследованиях. Асимметрия и эксцесс и их значения для нормального распределения
8. Статистические гипотезы (нулевая и альтернативная). Общие принципы проверки статистических гипотез.
9. Понятие о критерии различия. Параметрические и непараметрические критерии. Примеры.

Темы для ситуационных заданий
промежуточного контроля знаний студентов

Модуль II

1. Непараметрические критерии для несвязных выборок. U-критерий Манна - Уитни и Q-критерий Розенбаума: назначение и описание критериев, алгоритм подсчёта.
2. Непараметрические критерии для связанных выборок. Критерий знаков G и парный критерий Т-Вилкоксона: назначение и описание критериев, алгоритм подсчёта.
3. Критерии согласия распределений. Понятие о критериях согласия. Критерий χ -квадрат и критерий Фишера-ф (угловое преобразование Фишера): назначение и описание критериев, алгоритм подсчёта.
4. Понятие корреляционной связи. Коэффициенты корреляции. Ранговый коэффициент линейной корреляции Спирмена: назначение и описание критериев, алгоритм подсчёта
5. Коэффициент линейной корреляции Пирсона: назначение и описание критериев, алгоритм подсчёта.

V. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

1) Рекомендуемая литература

а) Основная литература

1. *Гмурман, В. Е.* Теория вероятностей и математическая статистика : учебник для вузов / В. Е. Гмурман. — 12-е изд. — Москва : Издательство Юрайт, 2021. — 479 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-00211-9.

— Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/468331>

2. Гмурман, В. Е. Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике : учебное пособие для вузов / В. Е. Гмурман. — 11-е изд., перераб. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2020. — 406 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-08389-7. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/449645>

б) Дополнительная литература

1. Дьячук А. А. Математические методы в психологических и педагогических исследованиях: учебное пособие; электронное издание / А.А. Дьячук Красноярск: Красноярский гос. пед. ун-т им. В.П. Астафьева, 2013. — 347 с. - [Электронный ресурс] - Режим доступа search.rsl.ru/ru/record/01006759168

2. Стефанова Н.Л. Основы математической обработки информации [Электронный ресурс] : учебное пособие для организации самостоятельной деятельности студентов / Н.Л. Стефанова, В.И. Снегурова, О.В. Харитоновна. — Электрон. текстовые данные. — СПб. : Российский государственный педагогический университет им. А.И. Герцена, 2011. — 133 с. — 978-5-8064-1648-4. — Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/20554.html>

2) Программное обеспечение

а) Лицензионное программное обеспечение

- Kaspersky Endpoint Security 10

б) Свободно распространяемое программное обеспечение

- Многофункциональный редактор ONLYOFFICE
- ОС Linux Ubuntu
- Adobe Reader XI
- Any Video Converter
- Google Chrome
- WinDjView

3) Современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы

1. ЭБС «ZNANIUM.COM» www.znanium.com ;
2. ЭБС «ЮРАИТ» www.biblio-online.ru ;
3. ЭБС «Университетская библиотека онлайн» <https://biblioclub.ru/> ;
4. ЭБС IPRbooks <http://www.iprbookshop.ru/> ;
5. ЭБС «Лань» <http://e.lanbook.com>;
6. ЭБС BOOK.ru <https://www.book.ru/>
7. ЭБС ТвГУ <http://megapro.tversu.ru/megapro/Web>
8. Научная электронная библиотека eLIBRARY.RU (подписка на журналы) https://elibrary.ru/projects/subscription/rus_titles_open.asp? ;

9. Репозиторий ТвГУ <http://eprints.tversu.ru>

4) Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины:

VI. Методические материалы для обучающихся по освоению дисциплины

Примерные планы практических занятий

Практическое занятие *Случайные величины и их характеристики*

Задачи для решения на занятии

№1. Закон распределения случайной величины X представлен таблицей:

X	1	2	3	4	5	6
p	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$

Найти математическое ожидание случайной величины X . *Ответ.* 3,5.

№2. Найти математическое ожидание дискретной случайной величины X , заданной законом распределения:

X	0,21	0,54	0,61
p	0,1	0,5	0,4.

№3. Найти математическое ожидание дискретной случайной величины

X	1	2	3
p	0,2	0,6	0,2.

Ответ. $M(X) = 2$.

№4. Используя свойства математического ожидания, доказать, что $M(X - Y) = M(X) - M(Y)$.

№5. Дискретная случайная величина X принимает три значения: $x_1 = 4$ с вероятностью $p_1 = 0,5$, $x_2 = 6$ с вероятностью $p_2 = 0,3$, x_3 с вероятностью p_3 . Найти x_3 и p_3 , зная, что $M(X) = 8$.

№6. В партии из 10 деталей содержится три нестандартных. Наудачу отобраны две детали. Найти математическое ожидание дискретной случайной величины X - числа нестандартных деталей среди двух отобранных.

№7. У охотника 4 патрона. Он стреляет по зайцу, пока не попадет или пока не кончатся патроны. Найдите математическое ожидание количества выстрелов, если вероятность попадания 0,25. *Ответ.* 2, 734.

№8. Рабочий обслуживает 4 станка. Вероятность того, что в течение часа первый станок не потребует регулировки – 0,9, второй – 0,8, третий – 0,75, четвертый – 0,7. Найдите математическое ожидание числа станков, которые в течение часа не потребуют регулировки. *Ответ.* 3,15.

№9. Монету подбрасываем 7 раз. Сколько раз в среднем может появиться шестерка?

№10. Игральная кость бросается 12 раз. Сколько раз в среднем может появиться шестерка? *Ответ.* 10.

№11. У дежурного гостиницы в кармане 8 разных ключей от разных комнат. Вынув наугад ключ, он попытается открыть дверь ближайшей комнаты. Сколько раз в среднем ему придется пробовать открывать эту комнату, если проверенный ключ не кладется обратно в карман.

№12. Автомобиль встретит 4 светофора, каждый из которых пропустит его с вероятностью 0,5. Найдите математическое ожидание числа светофоров до первой остановки машины. *Ответ.* 0,938.

Задачи для самостоятельного решения

№1. Закон распределения случайной величины X такой:

X	0	1	2	3	4	5	6	7
p	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{8}$

а величины Y такой

Y	1	2	3	4	5	6	7	8
p	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{4}$

Найти математическое ожидание случайных величин:

$\xi = X + Y$, $\eta = X - Y$, $\lambda = X \cdot Y$, где X и Y – независимые случайные величины. *Ответ.* 8, -1, 15, 75.

№2. Закон распределения случайной величины X такой:

X	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
p	0	$\frac{1}{4}$	0	0	$\frac{1}{4}$	0	0	$\frac{1}{4}$	0	0	$\frac{1}{4}$	0

величины Y

Y	1	1	2	8	10	11	12	13	14	20	30	40
p	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{12}$	0	0	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{3}$	0	0	0	0

величины Z

Z	-12	-11	-10	-9	-8	-7	-6	-5	-4	-3	-2	-1
p	$\frac{1}{24}$	0	$\frac{1}{24}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{24}$	0	$\frac{1}{24}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{24}$	0	$\frac{1}{24}$	$\frac{1}{4}$

Найти математическое ожидание случайных величин:

$\xi = X + Y - Z$, $\eta = X - Y + Z$, $\lambda = X \cdot Y$, где X, Y, Z – независимые случайные величины. *Ответ.* $263/12, -107/12$.

№3. Вычислить математическое ожидание следующей случайной величины:

Y	-10	-6	-2	1	3	5	8	10
p	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{16}$

Ответ. $7/8$.

№4. У охотника только 4 патрона. Вероятность попадания в кабана 0,25. Увидев кабана, охотник стреляет по нему, пока не попадет или пока не кончатся патроны. Вычислите математическое ожидание и дисперсию числа выстрелов. *Ответ.* $2,734, 1,57$.

№5. Из всей выпускаемой заводом продукции 5% составляют стандартные изделия. Наугад отобраны 6 деталей. Пусть X – число стандартных деталей среди шести отобранных. Найдите $D(X)$. *Ответ.* $0,285$.

№6. В ящике 2 белых и 3 черных шарика. X – число белых шариков среди двух, вынутых наугад. Найдите $M(X)$ и $D(X)$. *Ответ.* $4/5, 9/25$.

№7. Найти дисперсию и среднее квадратическое отклонение дискретной случайной величины X , заданной законом распределения:

а) X 4,3 5,1 10,6 p 0,2 0,3 0,5	б) X 131 140 160 180 p 0,05 0,10 0,25 0,60
--	---

№8. Ошибка взвешивания - случайная величина, распределенная по нормальному закону с математическим ожиданием, равным 0 и среднеквадратическим отклонением, равным 52. Найти вероятность того, что взвешивание проведено с ошибкой, не превышающей по модулю 10.

№9. Известно, что

X	2	-1	0	1	2
p	0,2		0,3	0,1	0,1

(с одной недостающей вероятностью). Постройте график функции распределения случайной величины; вычислите ее математическое ожидание, дисперсию и среднеквадратическое отклонение. *Ответ.* -0,4; 1,44; 1,2.

№10. По заданной функции распределения

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \leq -1, \\ \frac{1}{4} & \text{при } -1 < x \leq 2, \\ \frac{3}{4} & \text{при } 2 < x \leq 3, \\ 1 & \text{при } x > 3 \end{cases}$$

случайной величины найдите математическое ожидание и дисперсию. *Ответ.* 3/2; 9/4.

№11. Из урны, содержащей 10 белых и 15 черных шаров, наугад одновременно извлекают восемь шаров. Сколько в среднем белых шаров будет среди них? *Ответ.* 3,2.

Практическое занятие *Выборочный метод.*
Статистические оценки параметров распределения
Задачи для решения на занятии

№1. Построить график эмпирической функции распределения

x_i	5	7	10	15
n_i	2	3	8	7

№2. Построить полигоны частот и относительных частот распределения

x_i	1	3	5	7	9
n_i	10	15	30	33	12

№3. Построить гистограммы частот и относительных частот распределения (в первом столбце указан частичный интервал во втором - сумма частот вариантов частичного интервала):

2 - 5	9
5 - 8	10
8 - 11	25
11 - 14	6

№4. Найти групповые средние совокупности, состоящей из двух групп:

первая группа	x_i	0,1	0,4	0,6
	n_i	3	2	5
вторая группа	x_i	0,1	0,3	0,4
	n_i	10	4	6

№5. Найти общую среднюю по данным задачи 1 двумя способами:

а) объединить обе группы в одну совокупность; б) использовать найденные в задаче 1 групповые средние.

№6. Дано распределение статистической совокупности

x_i	1	4	5
n_i	6	11	3.

Убедиться, что сумма произведений отклонений на соответствующие частоты равна нулю.

№7. Дано распределение статистической совокупности:

x_i	4	5	10	15
n_i	10	15	20	5.

Найти дисперсию совокупности:

а) исходя из определения дисперсии; б) пользуясь формулой $D = \overline{x^2} - [\overline{x}]^2$.

№8. Найти внутригрупповую, межгрупповую и общую дисперсии совокупности, состоящей из трех групп:

первая группа	x_i	1	2	8
	n_i	30	15	5;
вторая группа	x_i	1	6	
	n_i	10	15;	
третья группа	x_i	3	8	
	n_i	20	5.	

№9. Найти выборочную и исправленную дисперсии вариационного ряда, составленного по данным выборкам:

варианта	1	2	5	8	9
частота	3	4	6	4	3.

№10. Даны среднее квадратическое отклонение, выборочная средняя и объем выборки нормально распределенного признака. Найти доверительные интервалы для оценки неизвестного математического ожидания с заданной надежностью.

а) $\sigma = 2$, $\overline{x_B} = 5,40$, $n = 10$, $\gamma = 0,95$.

б) $\sigma = 3$, $\overline{x_B} = 20,12$, $n = 25$, $\gamma = 0,99$.

№12. Найти минимальный объем выборки, при котором с надежностью 0,95 точность оценки математического ожидания нормально распределенного признака по выборочной средней будет равна 0,2, если среднее квадратическое отклонение равно 2.

№13. Даны «исправленное» среднее квадратическое отклонение, выборочная средняя и объем малой выборки нормально распределенного признака. Найти, пользуясь распределением Стьюдента, доверительные интервалы для оценки неизвестного математического ожидания с заданной надежностью.

а) $s = 1,5$, $\overline{x_B} = 16,8$, $n = 12$, $\gamma = 0,95$.

б) $s = 2,4$, $\overline{x_B} = 14,2$, $n = 9$, $\gamma = 0,99$.

Задачи для самостоятельной работы

№1. Найти внутригрупповую, межгрупповую и общую дисперсии совокупности, состоящей из двух групп:

первая группа x_i 2 7
 n_i 6 4;

вторая группа x_i 2 7
 n_i 2 8.

№2. По данным 16 независимых равноточных измерений физической величины найдены $\overline{x_B} = 23,161$ и $s = 0,400$. Требуется оценить истинное значение a измеряемой величины и точность измерений σ с надежностью 0,95.

Практическое занятие *Интервальные оценки*

Задания для решения на занятии

№1. Найти доверительный интервал для оценки с надежностью 0,95 неизвестного математического ожидания a нормально распределенного признака X генеральной совокупности, если даны генеральное среднее квадратическое отклонение $\sigma = 5$, выборочная средняя $\overline{x_g} = 14$ и объем выборки $n = 25$. *Ответ.* (12,04; 15,96).

№2. Найти доверительный интервал для оценки с надежностью 0,99 неизвестного математического ожидания a нормально распределенного признака X генеральной совокупности, если даны генеральное среднее квадратическое отклонение $\sigma = 4$, выборочная средняя $\overline{x_g} = 10,2$ и объем выборки $n = 16$. *Ответ.* (7,63; 12,77).

№3. Одним и тем же прибором со средним квадратическим отклонением случайных ошибок измерений $\sigma = 40$ м. произведено 5 равноточных измерений расстояния от орудия до цели. Найти доверительный

интервал для оценки истинного расстояния a до цели с надежностью $\nu = 0,95$, зная среднее арифметическое результатов измерений $\bar{x}_g = 2000\text{м}$.
Ответ. (1960,8; 2039,2).

№4. Выборка из большой партии электроламп содержит 100 ламп. Средняя продолжительность горения лампы выборки оказалась равной 1000 часов. Найти с надежностью 0,95 доверительный интервал для средней продолжительности a горения лампы всей партии, если известно, что среднее квадратическое отклонение продолжительности горения лампы $\sigma = 40$ часов.
Ответ. (992,16; 1007,84).

№5. Станок-автомат штампует валики. По выборке объема $n = 100$ вычислена выборочная средняя диаметров изготовленных валиков. Найти с надежностью 0,95 точность δ , с которой выборочная средняя оценивает математическое ожидание диаметров, изготавливаемых валиков, зная, что их среднее квадратическое отклонение $\sigma = 2$ мм. *Ответ.* 0,392 мм.

№6. Найти минимальный объем выборки, при котором с надежностью 0,975 точность оценки математического ожидания a генеральной совокупности по выборочной средней будет равна $\delta = 0,3$, если известно среднее квадратическое отклонение $\sigma = 1,2$ нормально распределенной генеральной совокупности. *Ответ.* 81.

№7. Из генеральной совокупности извлечена выборка объема $n = 10$:

варианта	x_i	-2	1	2	3	4	5
частота	n_i	2	1	2	2	2	1.

Оценить с надежностью 0,95 математическое ожидание a нормально распределенного признака генеральной совокупности по выборочной средней при помощи доверительного интервала. *Ответ.* (0,3; 3,7).

Задания для самостоятельного решения

№1. Найти доверительный интервал для оценки с надежностью 0,99 неизвестного математического ожидания a нормально распределенного признака X генеральной совокупности, если даны генеральное среднее

квадратическое отклонение $\sigma = 5$, выборочная средняя $\bar{x}_g = 16,8$ и объем выборки $n = 25$. *Ответ.* (14,23; 19,37).

№2. По данным 9 независимых равноточных измерений некоторой физической величины найдены среднее арифметическое результатов измерений $\bar{x}_g = 30,1$ и исправленное среднее квадратическое отклонение $s = 6$. Оценить истинное значение измеряемой величины с помощью доверительного интервала с надежностью $\gamma = 0,99$. *Ответ.* (23,38; 36,82).

№3. Найти минимальный объем выборки, при котором с надежностью 0,925 точность оценки математического ожидания a генеральной совокупности по выборочной средней будет равна $\delta = 0,2$, если известно среднее квадратическое отклонение $\sigma = 1,5$ нормально распределенной генеральной совокупности. *Ответ.* 179.

№4. Из генеральной совокупности извлечена выборка объема $n = 12$:

варианта	x_i	-0,5	-0,4	-0,2	0	0,2	0,6	0,8	1	1,2	1,5
частота	n_i	1	2	1	1	1	1	1	1	2	1

Оценить с надежностью 0,95 математическое ожидание a нормально распределенного признака генеральной совокупности по выборочной средней при помощи доверительного интервала. *Ответ.* (-0,04; 0,88).

Практическое занятие Проверка статистических гипотез

Задания для решения на занятии

№1. По двум независимым выборкам с объемами $n_1 = 11$ и $n_2 = 14$, извлеченным из нормальных генеральных совокупностей X и Y , найдены исправленные выборочные дисперсии $s_x^2 = 0,76$ и $s_y^2 = 0,38$. При уровне значимости $\alpha = 0,05$ проверить нулевую гипотезу $H_0: D(X) = D(Y)$ о равенстве генеральных дисперсий, при конкурирующей гипотезе $H_1:$

$D(X) > D(Y)$. *Ответ.* Выборочные исправленные дисперсии различаются незначимо (нулевая гипотеза не отвергается).

№2. По двум независимым выборкам с объемами $n_1 = 14$ и $n_2 = 10$, извлеченным из нормальных генеральных совокупностей X и Y , найдены исправленные выборочные дисперсии $s_x^2 = 0,84$ и $s_y^2 = 2,52$. При уровне значимости $\alpha = 0,1$ проверить нулевую гипотезу $H_0: D(X) = D(Y)$ о равенстве генеральных дисперсий, при конкурирующей гипотезе $H_1: D(X) \neq D(Y)$.

Ответ. Нулевая гипотеза отвергается.

№3. Двумя методами проведены измерения одной и той же физической величины получены следующие результаты:

x_i	9,6	10,0	9,8	10,2	10,6
y_i	10,4	9,7	10,0	10,3	

Можно ли считать, что оба метода обеспечивают одинаковую точность измерений, если принять уровень значимости $\alpha = 0,1$, что результаты распределений распределены нормально и выборки независимы.

Ответ. Методы обеспечивают одинаковую точность измерения.

Задания для самостоятельного решения

№1. По двум независимым выборкам с объемами $n_1 = 9$ и $n_2 = 16$, извлеченным из нормальных генеральных совокупностей X и Y , найдены исправленные выборочные дисперсии $s_x^2 = 34,02$ и $s_y^2 = 12,15$. При уровне значимости $\alpha = 0,01$ проверить нулевую гипотезу $H_0: D(X) = D(Y)$ о равенстве исправленных дисперсий, при конкурирующей гипотезе $H_1: D(X) > D(Y)$. *Ответ.* Нулевая гипотеза отвергается.

№2. По двум независимым выборкам с объемами $n_1 = 9$ и $n_2 = 6$, извлеченным из нормальных генеральных совокупностей X и Y , найдены выборочные дисперсии $D_g(X) = 14,4$ и $D_g(Y) = 20,5$. При уровне значимости $0,1$ проверить нулевую гипотезу $H_0: D(X) = D(Y)$ о равенстве генеральных

дисперсий, при конкурирующей гипотезе $H_1: D(X) \neq D(Y)$. *Ответ.* Нет оснований отвергнуть нулевую гипотезу о равенстве генеральных дисперсий.

№3. Для сравнения точности двух станков-автоматов взяты две выборки с объемами $n_1 = 10$ и $n_2 = 8$ и получены результаты измерений

x_i 1,08 1,10 1,12 1,14 1,15 1,25 1,36 1,38 1,40 1,42

y_i 1,11 1,12 1,18 1,22 1,33 1,35 1,36 1,38

Можно ли считать, что станки обладают одинаковой точностью $H_0: D(X) = D(Y)$, если принять уровень значимости $\alpha = 0,1$, и в качестве конкурирующей гипотезы $H_1: D(X) \neq D(Y)$. *Ответ.* Да, обладают.

Практическое занятие *Элементы регрессионного анализа*

Задания для решения на занятии

№1. Найти выборочное уравнение прямой линии регрессии Y на X по данным таблицы

$Y \backslash X$	20	25	30	35	40	n_v
16	4	6	-	-	-	10
26	-	8	10	-	-	18
36	-	-	32	3	9	44
46	-	-	4	12	6	22
56	-	-	-	1	5	6
n_x	4	14	46	16	20	$n = 100$

Ответ. $\bar{y}_x = 1,45x - 10,36$.

№2. Найти выборочное уравнение прямых линий регрессии Y на X и X на Y по данным таблицы

$Y \backslash X$	5	10	15	20	25	30	35	n_y
100	-	-	-	-	-	6	1	7
120	-	-	-	-	-	4	2	6

140	-	-	8	10	5	-	-	23
160	3	4	3	-	-	-	-	10
180	2	1	-	1	-	-	-	4
n_x	5	5	11	11	5	10	3	$n = 50$

Ответ. $\overline{y_x} = 1,92x + 101,6$ и $\overline{x_y} = 0,12y + 3,7$.

Задания для самостоятельного решения

№1. Найти выборочное уравнение прямых линий регрессии \overline{Y} на X и \overline{X} на Y по данным таблицы

$\overline{Y} \backslash X$	5	10	15	20	25	30	35	40	n_y
100	2	1	-	-	-	-	-	-	3
120	3	4	3	-	-	-	-	-	10
140	-	-	5	10	8	-	-	-	23
160	-	-	-	1	-	6	1	1	9
180	-	-	-	-	-	-	4	1	5
n_x	5	5	8	11	8	6	5	2	$n = 50$

Ответ. $\overline{y_x} = 4x + 57,8$ и $\overline{x_y} = 0,19y - 3,1$.

№2. Найти выборочное уравнение прямых линий регрессии \overline{Y} на X и \overline{X} на Y по данным таблицы

$\overline{Y} \backslash X$	18	23	28	33	38	43	48	n_y
125	-	1	-	-	-	-	-	1
150	1	2	5	-	-	-	-	8
175	-	3	2	12	-	-	-	17
200	-	-	1	8	7	-	-	16
225	-	-	-	-	3	3	-	6
250	-	-	-	-	-	1	1	2
n_x	1	6	8	20	10	4	1	$n = 50$

Ответ. $\overline{y_x} = -2,15x + 181,8$ и $\overline{x_y} = -0,33y + 65,7$.

Рекомендации по самостоятельному решению задач

При самостоятельном выполнении домашнего задания по решению задач можно руководствоваться следующими рекомендациями:

1) Осмыслите постановку задачи (Что неизвестно? Что дано? В чем состоит условие? Возможно ли удовлетворить условию? Достаточно ли условие для определения неизвестного? Введите подходящие обозначения, разделите условие на части и запишите их).

2) Составьте план решения (нужно найти связь между данными и неизвестными. Если не удастся сразу обнаружить эту связь, возможно, полезно будет рассмотреть вспомогательные задачи, более доступную сходную, более частную, аналогичную; проверить все ли данные использованы).

3) Осуществите план (осуществляя план решения, контролируйте каждый свой шаг; убеждены ли вы, что предпринятые вами шаги правильные).

4) Изучите полученное решение (Нельзя ли проверить результат? Нельзя ли проверить ход решения? Нельзя ли получить тот же результат иначе? Нельзя ли в какой-нибудь другой задаче использовать полученный результат?)

Для решения типовых задач надо использовать алгоритмы, которые могут быть сформулированы преподавателем или сконструированы студентом самостоятельно. Для усвоения алгоритма целесообразно реализовать примерно такие этапы:

- 1) решение новой задачи на основе имеющихся знаний;
- 2) обобщение решения и выявление последовательности шагов алгоритма;
- 3) непосредственное следование алгоритму при решении следующей задачи того же типа;
- 4) следование алгоритму по памяти.

Примеры заданий для самостоятельной работы

Самостоятельное изучение теоретического материала по учебнику с последующим ответом на вопросы (Анализ текста)

Прочитайте и законспектируйте текст. Ответьте на следующие вопросы:

1. Какое геометрическое место точек плоскости называется параболой?
2. Что называется фокусом параболы? Какие координаты имеет фокус параболы?
3. Что такое директриса параболы, и каким уравнением она задается?

Экспресс-опрос в конце занятия на проверку степени усвоения нового метода решения задач (самостоятельная работа)

1. Среди данных прямых укажите пары параллельных прямых:

$$3x - 2y + 7 = 0; 6x - 4y - 9 = 0; 2x + 3y - 6 = 0; 6x + 4y - 5 = 0.$$

Определите, проходит ли прямая $6x + 4y - 5 = 0$ через точку $A(-1; 3)$.

Математический диктант на знание формул

Модуль I

50 баллов, из них 25 баллов – текущая работа, 25 баллов – контрольная работа.

Формы текущего контроля: проверка понимания ключевых понятий в форме тестовых заданий, проверка конспектов лекций, проверка практических умений и навыков в форме выполнения практических работ на компьютере.

Форма итогового контроля: Тестовые задания и решение задач контрольной работы.

Модуль II

50 баллов, из них 25 баллов – текущая работа, 25 баллов – выполнение группового творческого задания.

Формы текущего контроля: проверка понимания ключевых понятий в форме тестовых заданий, проверка конспектов лекций, проверка практических умений и навыков в форме выполнения практических работ на компьютере.

Форма итогового контроля: Тестовые задания и выполнение группового творческого задания (оценивается представление и защита результатов).

VII. Материально-техническое обеспечение

А) типовое учебное помещение (аудитория), укомплектованное стандартной учебной мебелью (столами и стульями), обычным мультимедийным проекционным оборудованием и имеющее стандартное, функционально

необходимое для осуществления учебного процесса электрическое освещение;

Б) литературные источники из списка основной и дополнительной научной и учебно-методической литературы по дисциплине, приведенного в пунктах V данной программы. Особое техническое обеспечение для осуществления обучения студентов по данной дисциплине не требуется.

VIII. Сведения об обновлении рабочей программы дисциплины

№п.п.	Обновленный раздел рабочей программы дисциплины	Описание внесенных изменений	Реквизиты документа, утвердившего изменения
1.	Раздел 4	Дополнены планируемые результаты обучения по дисциплине (УК-9)	Протокол заседания кафедры ДПП № 16 от 03.07. 2021
2.	Раздел 5	Обновлены оценочные материалы	
3.			