

Документ подписан простой электронной подписью
Информация о владельце:
ФИО: Смирнов Сергей Николаевич
Должность: врио ректора
Дата подписания: 18.09.2023 09:55:39
Уникальный программный ключ:
69e375c64f7e975d4e8830e7b4fcc2ad1bf35f08

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
ФГБОУ ВО «Тверской государственный университет»

Утверждаю:
Руководитель ООП



Цветков В.П.

«10» апреля 2023г.

Рабочая программа дисциплины (с аннотацией)
**Геометрические и топологические методы
в математическом моделировании**

Направление подготовки
02.04.01 Математика и компьютерные науки

Направленность (профиль)
Математическое и компьютерное моделирование

Для студентов 1-го курса очной формы обучения

Составитель:
Цирулев А.Н.

Тверь, 2023

I. Аннотация

1. Цель и задачи дисциплины

Целью учебной дисциплины является формирование у обучающихся научного мировоззрения, развитие навыков решения профессиональных задач в области научно-исследовательской деятельности на основе синтеза математических знаний и подходов практических наук.

Задачи дисциплины:

- 1) Развитие навыка применения геометрических и топологических методов в математическом моделировании физических систем.
- 2) Изучение связи физических, геометрических и топологических аспектов математического моделирования.

2. Место дисциплины в структуре образовательной программы

Дисциплина «Геометрические и топологические методы в математическом моделировании» входит в вариативную часть общенаучного цикла, она изучает свойства объектов, используя методы геометрии, математического анализа и алгебры, прежде всего, с помощью непрерывных отображений. Для освоения «Геометрические и топологические методы в математическом моделировании» необходимы знания в области классического математического и функционального анализа, дифференциальной геометрии и метрических пространств. Дисциплина необходима для освоения дисциплин профессионального цикла, формирующих основную цель ООП магистратуры направления «Математика и компьютерные науки» по профилю «Математическое и компьютерное моделирование».

Освоение дисциплины «Геометрические и топологические методы в математическом моделировании» формирует у обучающегося знания, умения и навыки, которые необходимы в дальнейшем в цикле «Практика и научно-исследовательская работа».

Дисциплина изучается в 1-м и 2-м семестрах.

3. Объем дисциплины:

4 зачетные единицы, 216 академических часа, **в том числе:**

контактная аудиторная работа: лекции 34 часа, практические занятия 34 часа;
самостоятельная работа: 148 часов, в том числе контроль работы 27 часов.

4. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы

Планируемые результаты освоения образовательной программы (формируемые компетенции)	Планируемые результаты обучения по дисциплине
ПК-1 Способен создавать и исследовать новые математические модели сложных социально-экономических и природных систем	<p>ПК-1.1 Строит новые математические модели сложных социально-экономических и природных динамических систем</p> <p>ПК-1.2 Исследует характер поведения основных параметров построенных математических моделей сложных социально-экономических и природных динамических систем</p>
ПК-2 Способен создавать комплексы программ для компьютерного моделирования сложных социально-экономических и природных систем на основе современных информационных технологий и сетевых ресурсов, в том числе отечественного производства	<p>ПК-2.1 Разрабатывает алгоритмы по вычислению параметров компьютерных моделей сложных социально-экономических и природных динамических систем и исследованию их характера поведения для создания комплексов программ на основе современных информационных технологий и сетевых ресурсов</p> <p>ПК-2.2 Создает комплексы программ для вычисления параметров компьютерных моделей сложных социально-экономических и природных динамических систем и исследованию их характера поведения на основе современных информационных технологий и сетевых ресурсов</p> <p>ПК-2.3 Создает комплексы программ для визуализации компьютерных моделей сложных социально-экономических и природных динамических систем на основе современных информационных технологий и сетевых ресурсов</p>

5. Форма промежуточной аттестации семестр прохождения: зачет в 1-м семестре и экзамен во 2-м семестре

6. Язык преподавания русский.

II. Содержание дисциплины, структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий

Наименование тем	Всего (час.)	Контактная работа (час.)			Самост. работа, в т. числ. контроль
		Лекции	Практические занятия	Котроль самост. работы	
1. Геометрия многообразий	60	10	10	9	40
2. Элементы алгебраической топологии	60	10	10	9	40
3. Математические модели теории гравитации и теории поля	96	14	14	9	68
4. ИТОГО	216	34	34	27	148

III. Образовательные технологии

Учебная программа – наименование разделов	Вид занятия	Образовательные технологии
1. Геометрия многообразий	Практические занятия	Дискуссионные технологии: круглый стол
2. Элементы алгебраической топологии	Практические занятия	Дискуссионные технологии: дебаты Метод case-study
3. Математические модели теории гравитации и теории поля	Практические занятия	Тренинг Метод case-study
4. Геометрия многообразий	Лекции	Активное слушание
5. Элементы алгебраической топологии	Лекции	Активное слушание
6. Математические модели теории гравитации и теории поля	Лекции	Активное слушание Технологии развития критического мышления

IV. Оценочные материалы для проведения текущей и промежуточной аттестации

Текущая аттестация проводится во время контактной работы и включает в себя выполнение типовых контрольных заданий, которые будут включены в программу экзамена.

Экзамен проводится в устной форме и включает в себя ответ на устный вопрос и выполнение типового задания, аналогичного заданиям, выполняемым в процессе контактных занятий.

2. Примеры контрольных заданий к экзамену

1. Компетенции: ПК-1.2, ПК-2.1

В среде MAPLE10 написать код для вычисления формы объема на двух трехмерных многообразиях постоянной кривизны: на сфере и в пространстве Лобачевского.

2. Компетенции: ПК-1.2, ПК-2.1.

Найти эйлерову характеристику и описать группу когомологий проколотого двумерного тора.

4. Шкала оценивания – устный экзамен

№.	Тип ответа или степень выполнения контрольного задания	Оценка в баллах
1.	Полный ответ	5
2.	Неполный, но правильный и логически точный ответ	4
3.	Неполный ответ, содержащий мелкие неточности или несущественные ошибки в выполнении контрольного задания	3
4.	Частичный ответ, освещающий лишь некоторые аспекты вопроса, или грубые ошибки в выполнении контрольного задания при хорошем понимании метода	2
5.	Нет конкретного ответа, но есть общее понимание темы	1

V. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

а) Основная литература:

1. Дубровин Б.А., Новиков С.П., Фоменко А.Т. Современная геометрия: Методы и приложения. М.: Эдиториал УРСС, 2010. Т. 1-2.
2. Постников М.М. Лекции по геометрии. Дифференциальная геометрия. М.: Наука, 1984.
3. Матвеев С. В., Фоменко А. Т. Алгоритмические и компьютерные методы в трехмерной топологии. М.: Изл-во МГУ, 1991.

б) Дополнительная литература:

1. Р. Курант, Г. Роббинс. Что такое математика. МЦНМО, 2010.
2. Новиков С.П., Фоменко А.Т. Элементы дифференциальной геометрии и топологии. М.: Наука, 1987.

в) Программное обеспечение:

1. Лицензионное: MAPLE10;
2. Свободное: C#, C++, Java

г) Информационные ресурсы:

<http://library.tversu.ru/>
<https://arxiv.org/>
<http://www.mathnet.ru//>
<http://www.mi-ras.ru/>

VI. Методические материалы для обучающихся по освоению дисциплины

Подробное содержание изучаемых тем:

Тема 1. Геометрия многообразий

Определение многообразия. Функции и кривые на многообразии. Касательное пространство. Векторные поля и интегральные кривые. Скобка Ли. Тензорные поля на многообразии. Дифференцирования вдоль векторных полей. Производная Ли. Ковариантная производная. Кривизна и кручение. Тождества Бианки. Векторные расслоения. Связность и форма кривизны в расслоении.

Тема 2. Элементы алгебраической топологии

Топология и фактор-топология. Фундаментальная группа. Накрытия. Вычисление фундаментальной группы основных двумерных и трехмерных многообразий. Гомотопические группы. Группы гомологий и когомологий многообразий. Вычисление групп гомологий и когомологий основных многообразий. Теорема двойственности Пуанкаре и когомологии де Рама. Классы когомологий. Числа Чженя и Понтрягина.

Тема 3. Математические модели гравитации и теории поля

Действие в классической теории поля. Вариационный принцип. Уравнения Эйлера-Лагранжа для поля. Тензор энергии-импульса. Вывод уравнений Эйнштейна из вариационного принципа. Калибровочные поля. Уравнения Янга-Миллса. Инстантоны. Топологические геоны в теории гравитации. Нелинейные дифференциальные уравнения и топология. Солитоны и кинки. Использование систем компьютерной алгебры для автоматизации расчетов в теории поля.

Самостоятельная работа студентов, предусмотренная учебным планом должна соответствовать более глубокому усвоению изучаемого курса, формировать навыки исследовательской работы и ориентировать студентов на умение применять теоретические знания на практике.

Самостоятельная работа включает следующие виды самостоятельной работы студентов:

- работа с рекомендованной учебной литературой;
- выполнение домашних заданий;
- подготовка к зачёту.

Организуя свою учебную работу, студенты должны:

Во-первых, выявить рекомендуемый режим и характер учебной работы по изучению теоретического курса, практическому применению изученного материала, по выполнению заданий для самостоятельной работы, по использованию информационных технологий и т.д.

Во-вторых, ознакомиться с указанным в методическом материале по дисциплине перечнем учебно-методических изданий, рекомендуемых сту-

дентам для подготовки к занятиям и выполнения самостоятельной работы, а также с методическими материалами на бумажных и/или электронных носителях, выпущенных кафедрой своими силами и предоставляемые студентам во время занятий.

1. Работа с литературой. Для полноценного усвоения курса студент должен, прежде всего, овладеть основными понятиями этой дисциплины. Необходимо усвоить определения и понятия, уметь приводить их точные формулировки, приводить примеры объектов, удовлетворяющих этому определению. Кроме того, необходимо знать круг фактов, связанных с данным понятием. Требуется также знать связи между понятиями, уметь устанавливать соотношения между классами объектов, описываемых различными понятиями.

2. Самостоятельное изучение тем. Самостоятельная работа студента является важным видом деятельности, позволяющим хорошо усвоить изучаемый предмет и одним из условий достижения необходимого качества подготовки и профессиональной переподготовки специалистов. Она предполагает самостоятельное изучение студентом рекомендованной учебно-методической литературы, различных справочных материалов, написание рефератов, выступление с докладом, подготовку к лекционным и практическим занятиям, подготовку к зачёту и экзамену.

3. Подготовка к практическим занятиям. При подготовке к практическим занятиям студентам рекомендуется следовать методическим рекомендациям по работе с учебными пособиями, приведенным выше.

4. Составление конспектов. В конспекте отражены основные понятия темы. Для наглядности и удобства запоминания использованы схемы и таблицы.

5. Подготовка к экзамену. При подготовке к экзамену студенты должны использовать как самостоятельно подготовленные конспекты, так и материалы, полученные в ходе лекций.

Вопросы к экзамену

1. Определение многообразия. Функции и кривые на многообразии.
2. Касательное пространство. Векторные поля и интегральные кривые.
3. Скобка Ли.
4. Тензорные поля на многообразии.
5. Дифференцирования вдоль векторных полей. Производная Ли.
6. Ковариантная производная.
7. Кривизна и кручение. Тождества Бианки.
8. Векторные расслоения. Связность и форма кривизны в расслоении.
9. Топология и фактор-топология.
10. Фундаментальная группа.
11. Накрытия.
12. Вычисление фундаментальной группы основных двумерных и трехмерных многообразий.
13. Гомотопические группы.
14. Группы гомологий и когомологий многообразий.
15. Вычисление групп гомологий и когомологий основных многообразий.
16. Теорема двойственности Пуанкаре и когомологии де Рама.
17. Классы когомологий. Числа Чженя и Понтрягина.
18. Действие в классической теории поля. Вариационный принцип.
19. Уравнения Эйлера-Лагранжа для полей.
20. Тензор энергии-импульса.
21. Вывод уравнений Эйнштейна из вариационного принципа.
22. Калибровочные поля. Уравнения Янга-Миллса.
23. Топологические геоны в теории гравитации.
24. Нелинейные дифференциальные уравнения и топология. Солитоны и кинки.
25. Использование систем компьютерной алгебры для автоматизации расчетов в теории поля.

VII. Материально-техническое обеспечение

Учебная аудитория с мультимедийной установкой.

VIII. Сведения об обновлении рабочей программы дисциплины

№п.п.	Обновленный раздел рабочей программы дисциплины	Описание внесенных изменений	Реквизиты документа, утвердившего изменения