

Документ подписан простой электронной подписью  
Информация о владельце:  
ФИО: Смирнов Сергей Николаевич  
Должность: врио ректора  
Дата подписания: 19.09.2022 11:28:23  
Уникальный программный ключ:  
69e375c64f7e975d4e8830e7b4fcc2ad1bf35f08

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации

ФГБОУ ВО «Тверской государственный университет»



Утверждаю:

Руководитель ООП

Цветков В.П.

2021 г.

Рабочая программа дисциплины (с аннотацией)

## Элементарная теория катастроф

Направление подготовки

**02.03.01 Математика и компьютерные науки**

Направленность (профиль)

**Математическое и компьютерное моделирование**

Для студентов очной формы обучения

**БАКАЛАВРИАТА**

Для студентов 3 курса ОФО

Составитель:

д.ф.-м.н., профессор

Цветков В.П.

Тверь, 2021

# I. Аннотация

## 1. Цель и задачи дисциплины

Целью освоения дисциплины является:

Целью данного курса является введение в элементарную математическую теорию катастроф применительно к динамическим системам. Предполагается, что после освоения изложенных в курсе методов студент сможет перейти к изучению приложений по специализированным источникам. Исследование катастроф в динамических системах помогает более полно анализировать и прогнозировать динамические процессы, проходящие в реальных динамических системах.

Задачи курса:

- ознакомление студентов с математической теорией катастроф, классификацией катастроф;
- ознакомление с методами теории катастроф для исследования кризисных явлений динамических систем
- ознакомление с основами диаграммной техники для исследования катастроф в динамических системах;
  - ознакомление с применением теории катастроф к исследованию фазовых переходов динамических систем второго рода.

## 2. Место дисциплины в структуре ООП

Дисциплина «**Элементарная теория катастроф**» Б1.В.ДВ.02.02 входит в часть, формируемую участниками образовательных отношений. Элективные дисциплины 2. Дисциплина изучается в течении 5 семестра и заканчивается зачетом.

Изучение данной дисциплины предшествует освоению дисциплин:

Математический анализ;

Основы программирования;

Информационно-коммуникационные технологии в профессиональной деятельности.

**3. Объем дисциплины** 5 зачетных единиц, 180 академических часов,

**в том числе:**

**контактная аудиторная работа:** 34 часа лекции, 24 часа практическая работа;

**самостоятельная работа:** 112 часа.

#### **4. Планируемые результаты обучения по дисциплине**

<b>Формируемые компетенции</b>	<b>Требования к результатам обучения</b> В результате изучения дисциплины студент должен:
<b>ПК-1</b> Способен создавать и исследовать новые математические модели сложных социально-экономических и природных систем	<b>ПК-1.1</b> Строит новые математические модели сложных социально-экономических и природных динамических систем <b>ПК-1.2</b> Исследует характер поведения основных параметров построенных математических моделей сложных социально-экономических и природных динамических систем

#### **5. Форма промежуточного контроля**

Итоговой формой отчета является зачет в пятом семестре.

#### **6. Язык преподавания русский.**

**II. Содержание дисциплины, структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий**

Учебная программа – наименование разделов и тем	Всего (час.)	Контактная работа (час.)			Самостоятельная работа, в том числе Контроль (час.)
		Лекции	Практические работы	Контроль самостоятельной работы (в том числе курсовая работа)	
Тема 1. Устойчивость решений динамических систем дифференциальных уравнений	14	2	2		12
Тема 2. Катастрофа и бифуркация динамической системы.	18	4	4		12
Тема 3. Разностные схемы для уравнения теплопроводности в стержне	12	2	2		8
Тема 4. Нелинейные динамические системы. Типовые потенциальные функции. Фазовые портреты.	12	2	2		8
Тема 5. Динамический хаос. Фракталы.	16	4	4		8
Тема 6. Исследование конкретных нелинейных процессов		2	2		8
Тема 7. Клеточные автоматы. Игра «жизнь».		2	2		6
Тема 8. Моделирование нелинейных процессов.		2	2		8
Тема 9. Моделирование рискованных ситуаций.		2	2		8

Тема 10. Нелинейные динамические системы. Типовые потенциальные функции. Фазовые портреты.	12	2	2		8
Тема 11. Состояния равновесия. Устойчивость. Типовые модели нелинейных динамических систем.	10	2	2		6
Тема 12. Бифуркации положения равновесия. Точки бифуркации.	14	4	4		8
Тема 13. Моделирование катастрофы.	10	2	2		6
14. Устойчивость решений динамических систем дифференциальных уравнений	10	2	2		6
ИТОГО	180	34	24		112

### III. Образовательные технологии

Учебная программа – наименование разделов и тем (в строгом соответствии с разделом II РПД)	Вид занятия	Образовательные технологии
Общие принципы построения систем автоматизированной обработки катастрофических явлений.	Практическая работа	1. <i>Активное слушание</i> 2. <i>Метод case-study</i>
Тема 1. Устойчивость решений динамических систем дифференциальных уравнений	Практическая работа	1. <i>Информационные (цифровые)</i>
Тема 2. Катастрофа и бифуркация динамической системы.	Практическая работа	1. <i>Информационные (цифровые)</i>
Тема 3. Разностные схемы для уравнения теплопроводности в стержне	Практическая работа	1. <i>Активное слушание</i> 2. <i>Метод case-study</i>
Тема 4. Нелинейные динамические системы. Типовые потенциальные функции. Фазовые портреты.	Практическая работа	1. <i>Информационные (цифровые)</i> 2. <i>Методы группового решения творческих задач (метод Дельфи, метод б–б, метод развивающей кооперации, мозговой штурм (метод генерации идей), нетворкинг и т.д.)</i>
Тема 5. Динамический хаос. Фракталы.	Практическая работа	1. <i>Активное слушание</i> 2. <i>Метод case-study</i>
Тема 6. Исследование конкретных нелинейных процессов	Практическая работа	1. <i>Активное слушание</i> 2. <i>Метод case-study</i>
Тема 7. Клеточные автоматы. Игра «жизнь».	Практическая работа	1. <i>Активное слушание</i> 2. <i>Метод case-study</i>
Тема 8. Моделирование нелинейных процессов.	Практическая работа	1. <i>Дискуссионные технологии (форум, симпозиум, дебаты, аквариумная дискуссия, панельная дискуссия, круглый стол, фасилитированная и т.д.)</i>
Тема 9. Моделирование рискованных ситуаций.	Практическая работа	1. <i>Информационные (цифровые)</i>
Тема 10. Нелинейные динамические системы. Типовые потенциальные функции. Фазовые портреты.	Практическая работа	1. <i>Активное слушание</i> 2. <i>Метод case-study</i>

Тема 11. Состояния равновесия. Устойчивость. Типовые модели не-линейных динамических систем.	Практическая работа	1. <i>Информационные (цифровые)</i> 2. <i>Технологии развития дизайн-мышления</i>
Тема 12. Бифуркации положения равновесия. Точки бифуркации.	Практическая работа	1. <i>Дискуссионные технологии (форум, симпозиум, дебаты, аквариумная дискуссия, панельная дискуссия, круглый стол, фасилитированная и т.д.)</i>
Тема 13. Моделирование катастрофы.	Практическая работа	1. <i>Информационные (цифровые)</i>
Тема 14. Устойчивость решений динамических систем дифференциальных уравнений	Практическая работа	1. <i>Дискуссионные технологии (форум, симпозиум, дебаты, аквариумная дискуссия, панельная дискуссия, круглый стол, фасилитированная и т.д.)</i>

### **Перечень педагогических и информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине**

В качестве традиционных форм обучения дисциплине выступают лабораторные занятия. Также на занятиях практикуется самостоятельная работа студентов, выполнение заданий в малых группах, письменные работы, моделирование дискуссионных ситуаций, работа с раздаточным материалом, привлекаются ресурсы сети INTERNET, ролевые и деловые игры, кейс-анализ, презентация, видеофильмы, видеокурсы, мультимедийные курсы, тестирование как метод контроля. Курс предусматривает выполнение контрольных и самостоятельных работ, письменных домашних заданий. В качестве форм контроля используются различные варианты взаимопроверки и взаимоконтроля.

В процессе освоения дисциплины используются следующие образовательные технологии, способы и методы формирования компетенций:

- 1) информационно-рецептивные:
  - чтение и конспектирование литературы;
- 2) репродуктивные технологии:

- анализ и написание текстов,
- выполнение проблемных и творческих заданий;
- 3) рейтинговая система контроля успеваемости;
- 4) интерактивные технологии:
  - тренинг в малых группах,
  - дискуссии (пресс-конференция и круглый стол).

#### **IV. Оценочные материалы для проведения текущей и промежуточной аттестации**

##### **Задание 1.**

*ПК-1.1 Строит новые математические модели сложных социально-экономических и природных динамических систем*

1. Эллипс задан уравнением  $y^2/a^2 + x^2/b^2 = 1$ . Получите аппроксимацию эллипса квадратичной параболой и параболой четвертой степени в окрестности его верхней точки  $x=0$ . С помощью этой аппроксимации определите координату точки пересечения эллипса с осью абсцисс и сравните полученный результат с точным значением.

2. Свойства некоторой системы определяются функцией  $f(x) = Ax + Bx^2 + C \sin x + Dx \cos x + E \sinh x$ , зависящей от пяти параметров. Найдите число существенных параметров, которые необходимы при использовании аппроксимации с помощью членов ряда Тейлора, вплоть до кубических. Что означает свойство “полноты” аппроксимирующей “модельной” функции в применении к обсуждаемой задаче?

3. Консервативный осциллятор характеризуется некоторой потенциальной функцией  $U(x)$ . Сколько членов ряда Тейлора надо учесть в разложении функции  $U(x)$ , чтобы получить существенно двухпараметрическую модель консервативного нелинейного осциллятора? Постройте такую модель.



Используя примеры, обсудите понятие универсальности применительно к модели осциллятора с кубической нелинейностью.

### **Задание 2.**

*ПК-1.1 Строит новые математические модели сложных социально-экономических и природных динамических систем*

*ПК-1.2 Исследует характер поведения основных параметров построенных математических моделей сложных социально-экономических и природных динамических систем*

1. Космическая станция движется вокруг планеты по круговой орбите. Затем включается двигатель, увеличивающий скачком скорость станции по касательной к первоначальной траектории. Какие из возможных новых траекторий относятся к случаям общего положения, а какие – к вырожденным?

2. Иголку бросают на плоскость, на которой нарисована окружность. Какие возможны случаи общего положения, и какие вырожденные ситуации взаимного расположения иголки и окружности? Обсуждение проведите по возрастающей размерности. Обсудите случай другой фигуры, например, квадрата.

3. Укажите случаи общего положения, а также вырожденные ситуации ко- размерности один и два на фазовых диаграммах состояния вещества.

4. Как могут располагаться друг относительно друга плоская кривая и соприкасающаяся окружность (окружность кривизны)? Какие из этих вариантов соответствуют случаям общего положения, а какие представляют собой вырожденные ситуации?

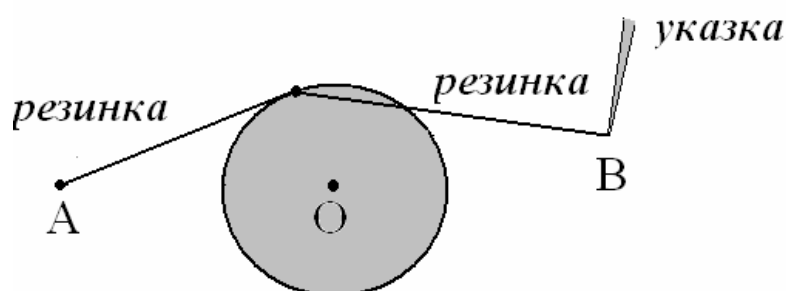
5. Какие возможны ситуации взаимного расположения тора и плоскости? Какие из них соответствуют случаям общего положения, а какие являются вырожденными? В своих рассуждениях используйте метод малых шевелений.

*Задание 3.*

*ПК-1.1 Строит новые математические модели сложных социально-экономических и природных динамических систем*

*ПК-1.2 Исследует характер поведения основных параметров построенных математических моделей сложных социально-экономических и природных динамических систем*

1. Возьмите металлическую линейку и сожмите ее так, чтобы она прогнулась в одну сторону. Попробуйте "ликвидировать" этот прогиб, надавливая на выгнувшуюся линейку другой рукой. Пронаблюдайте происшедшую катастрофу.
2. Изготовьте машину Зимана, рис.25. Она представляет собой диск, который может вращаться вокруг оси  $O$ . Одна резинка закреплена в точка  $A$  и в некоторой точке на диске. На конце второй резинки закреплена указка, которая может перемещаться по плоскости. При фиксированном положении указки система будет находиться в равновесии. При медленном перемещении указки могут происходить «катастрофы»: диск будет резко проворачиваться на некоторый угол. Проведите эксперименты с этой машиной и определите примерное расположение области бистабильности на плоскости  $(x, y)$ , где  $x, y$  - координаты конца указки на плоскости параметров.



Имеется машина Зимана со следующими параметрами: диаметр диска 1, длина резинок в нерастянутом состоянии 1, расстояние  $OA$  от центра диска до точки прикрепления одной резинки 2, рис.3. Найдите величину  $s$  расстояния  $OB$ , которое отвечает расположению одного из "ключев" области бистабильности, ближайшего к центру диска.

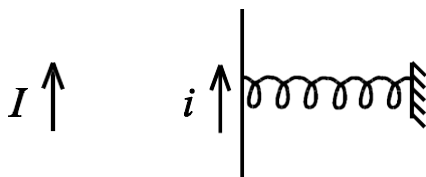
#### Задание 4.

ПК-1.1 Строит новые математические модели сложных социально-экономических и природных динамических систем

ПК-1.2 Исследует характер поведения основных параметров построенных математических моделей сложных социально-экономических и природных динамических систем

1. Найдите на плоскости параметров линии складок для функции  $y = x^6 + ax^2 + bx$ .

2. Имеется система двух проводов с током, из которых один удерживается упругой пружиной, а другой неподвижен, рис.5. Величины токов  $I$  и  $i$ , коэффициент жесткости пружины  $k$ , расстояние между проводниками в отсутствие токов  $l$ . Найдите состояния равновесия системы. Найдите выражение для зависимости потенциальной энергии от координаты, и определите характер устойчивости состояний равновесия. Покажите, что при изменении параметров (например, величины токов) в системе реализуется катастрофа складки. Покажите, что вблизи точки катастрофы зависимость энергии от координаты может быть приведена к соответствующей канонической форме.

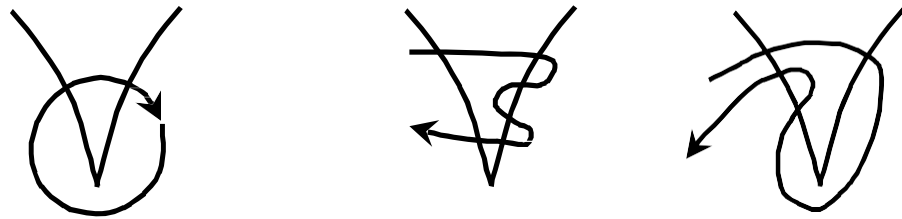


#### Задание 5.

ПК-1.1 Строит новые математические модели сложных социально-экономических и природных динамических систем

ПК-1.2 Исследует характер поведения основных параметров построенных математических моделей сложных социально-экономических и природных динамических систем

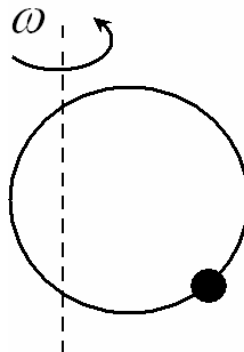
1. Экспериментально получите сборку на ткани.
2. Параметры системы, демонстрирующей катастрофу сборки, медленно изменяют так, что точка на плоскости параметров обходит сборку 5 раз, рис.10. Сколько жестких переходов происходит в системе? Аналогичный вопрос для двух других маршрутов.



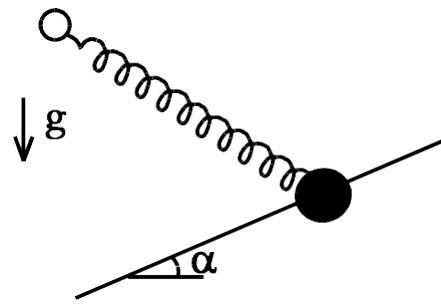
а) б) в)

Рис.10

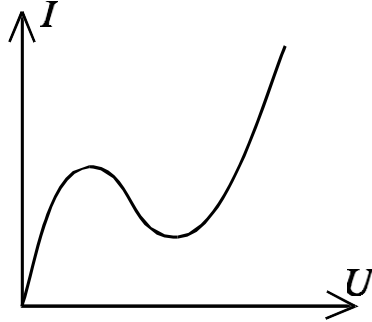
3. Как будет вести себя качалка, если прикрепить магнит в точке сборки?
4. Маленькая бусинка массы  $m$  может без трения скользить по тонкому проволочному кольцу радиуса  $R$ , рис. 11. Кольцо вращают с частотой  $\omega$  вокруг вертикальной оси, проходящей через плоскость кольца на расстоянии  $a$  от его центра. Проследите за трансформацией зависимости потенциальной энергии бусинки от ее координаты во вращающейся системе отсчета. Найдите линии складок и точку сборки. Используйте безразмерную форму для энергии и параметров, характеризующих частоту вращения и смещение оси вращения. Сначала рассмотрите случай малых отклонений шарика и соответствующее разложение в ряд Тейлора, а затем поведите более строгое исследование.



5. Шарик массы  $m$  может без трения скользить по стержню, наклоненному под углом к горизонту, рис.12. Шарик прикреплен к пружине жесткости  $k$ , второй конец которой неподвижно зафиксирован на расстоянии  $a$  от стержня в точке, принадлежащей проходящей через стержень вертикальной плоскости. Длина пружины в нерастянутом состоянии  $l$ . Как трансформируется при изменении параметров вид зависимости потенциальной энергии от координаты шарика  $x$ , отсчитываемой вдоль стержня? Найдите линии складок и точку сборки на плоскости параметров  $l/a$ .



6. Показана вольтамперная характеристика туннельного диода. Считайте, что



- она задается кубическим полиномом  $I = a(U - U_0)^3 - b(U - U_0) + c$ , где  $a$ ,  $b$  и  $c$  — коэффициенты. Такой диод включен в цепь, содержащую регулируемую Э.Д.С.  $E$  и резистор с регулируемым сопротивлением  $R$ . Определите напряжение на диоде. Укажите на плоскости введенных подходящим образом параметров точку сборки, а также область, в которой возможно единственное решение, а также область, где таких решений несколько.
7. Найдите поверхность, задаваемую уравнением газа Ван-дер-Ваальса в пространстве давление  $P$ , объем  $V$ , температура  $T$  и обсудите ее устройство с точки зрения теории катастроф. Найдите линии складок и точку сборки в координатах  $P/P_c$ ,  $T/T_c$ , где  $P_c$  и  $T_c$  — известные из термодинамики критические значения температуры и давления.
8. Чем отличаются свойства нелинейного осциллятора в случаях, когда зависимость потенциальной энергии от координаты имеет катастрофу сборки и двойственной сборки?
9. Покажите, что траектория точки на ободе колеса, катящегося без проскальзывания, имеет острия с характерной "полукубической" особенностью.

*Примеры вопросов:*

*Контрольные вопросы и задания*

1. Теорема о неявной функции
2. Морсовские формы
3. Формы Тома
4. Канонические формы в окрестности критической точки
5. Функции катастроф
6. Замена переменных. Канонические формы
7. Потенциальные функции с одной переменной состояния
8. Катастрофы типа складки
9. Катастрофы типа сборки
10. Катастрофа типа «Ласточкин хвост»
11. Катастрофа типа «Бабочка»
12. Потенциальные функции с двумя активными переменными
13. Гиперболическая омбилика

## **V. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины**

### 1) Рекомендуемая литература

#### а) Основная литература

1. Арнольд В. И. Теория катастроф,— 3-е изд., доп.— М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1990,— С. 128.  
[http://www.nbpublish.com/library\\_read\\_article.php?id=-30093](http://www.nbpublish.com/library_read_article.php?id=-30093)
2. Орлов А.И. Прикладная теория катастроф. -М.: Экзамен, 2015. -656с.
3. Петровский А.Б. Теория принятия решений. -М.: Академия, 2014, -400с.

#### б) Дополнительная литература

1. 1. Пустыльник Е.И. Статистические методы анализа и обработки наблюдений - М.: Наука, 1918.-288 с. URL:  
[http://nlp.stanford.edu/pubs/SocherHuvalManningNg\\_EMNLP2012.pdf](http://nlp.stanford.edu/pubs/SocherHuvalManningNg_EMNLP2012.pdf)
  2. Теория вероятностей. Математическая статистика. Статистический контроль качества. - М.: Мир. 2017. - 368 с. URL: <http://citese-erx.ist.psu.edu/view-doc/download?doi=10.1.1.88.1863&rep=rep1&type=pdf>
  3. Дубров А.М., Лагоша Б. А., Хрусталеv Е.Ю. Моделирование рисковvх ситуаций в экономике и бизнесе. - М.: Финансы и статистика, 2018. - 176с. URL: [http://www.deepsky.com/~merovech/voynich/voynich\\_manchu\\_reference\\_materials/PDF\\_s/j\\_urafsky\\_martin.pdf](http://www.deepsky.com/~merovech/voynich/voynich_manchu_reference_materials/PDF_s/j_urafsky_martin.pdf)
1. The Stanford Natural Language Processing Group <http://nlp.stanford.edu/>
  2. Апресян Ю. Д. Идеи и методы современной теории катастроф. М.: Просвещение, 1966. 305 с.

3. Ануреев И.С., Батура Т.В., Боровикова О.И., Загоруйко Ю.А., Кононенко И.С., Марчук А.Г., Марчук П.А., Мурзин Ф.А., Сидорова Е.А., Шилов Н.В. Модели и методы построения информационных систем. // Моногр. / Институт систем информатики им. А.П. Ершова СО РАН. - Новосибирск: Изд. СО РАН, 2009.
4. Заде Л. Теория катастроф и применение ее к принятию приближенных решений. - М., 1976. - 166 с.

## **2) Программное обеспечение**

### **а) Лицензионное программное обеспечение**

1. Russian бесплатно Cadence SPB/OrCAD 16.6 Государственный контракт на поставку лицензионных программных продуктов 103 - ГК/09 от 15.06.2009

2. Kaspersky Endpoint Security 10 для Windows Акт на передачу прав №2129 от 25 октября 2016 г.

3. Mathcad 15 M010 Акт предоставления прав ИС00000027 от 16.09.2011;

4. MATLAB R2012b Акт предоставления прав № Us000311 от 25.09.2012;

5. Microsoft Visual Studio Ultimate 2013 с обновлением 4 Акт предоставления прав № Tr035055 от 19.06.2017

6. Microsoft Windows 10 Enterprise Акт приема-передачи № 369 от 21 июля 2017

7. MS Office 365 pro plus Акт приема-передачи № 369 от 21 июля 2017

### **б) Свободно распространяемое программное обеспечение**

1. Adobe Acrobat Reader DC

2. Git version 2.5.2.2

3. Google Chrome бесплатно

4. Lazarus 1.4.0

3) Современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы

1. <http://elementy.ru> - «Элементы большой науки»
2. <http://www.astronet.ru/> - Российская астрономическая сеть
3. <https://www.wikipedia.org/> - Википедия - свободная энциклопедия

4) Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины

1. ЭБС "Издательство Лань"
2. ЭБС ZNANIUM.COM
3. ФГБУ "РГБ"
4. ЭБ eLibrary
5. American Institute of Physics
6. American Physical Society - APS Online Journals
7. EBSCO Publishing - INSPEC
8. Web of Science
9. SCOPUS
10. ЭБС "Университетская библиотека онлайн"

ТвГУ имеет подписку на коллекцию из 331 российских журналов в полнотекстовом электронном виде, в том числе:

1. Alma mater (Вестник высшей школы)
2. Вопросы статистики
3. Журнал вычислительной математики и математической физики
4. Известия высших учебных заведений. Математика



5. Известия Российской академии наук. Серия физическая
6. Известия Российской академии наук. Теория и системы управления
7. Инновации в образовании
8. Стандарты и качество
9. Школьные технологии
10. Интернет-ресурсы, используемые при освоении дисциплины:
11. <http://elementy.ru> - «Элементы большой науки»
12. <http://www.astronet.ru/>- Российская астрономическая сеть
13. <https://www.wikipedia.org/> - Википедия - свободная энциклопедия

## **VI. Методические материалы для обучающихся по освоению дисциплины**

### *VI.1.1 Список вопросов к экзамену.*

1. Проверка статистических гипотез.
2. Отношение правдоподобия.
3. Критерий Байеса.
4. Риск при проверке статистических гипотез по критерию Байеса.
5. Моделирование риска проверки статистических гипотез.
6. Риски при управлении экономическими процессами.
7. Источники риска в экономических системах.
8. Задачи принятия решений в условиях полной неопределенности.
9. Критерий минимаксного риска.
10. Моделирование рисков в экономических процессах.
11. Нелинейные динамические системы.
12. Типовые потенциальные функции.
13. Фазовые портреты нелинейных динамических систем.
14. Точки бифуркации.
15. Устойчивость положений равновесия в нелинейной динамической системе.
16. Понятие катастрофы в динамической системе.
17. Бифуркации и катастрофы.

18. Моделирование катастрофы.
19. Методы адаптации.
20. Самонастраивающиеся системы.
21. Системы с разомкнутыми цепями самонастройки.
22. Системы с замкнутыми цепями самонастройки.
- 23.2 3. Методы параметрической идентификации.
24. Структура адаптивной системы управления.

## **VII. Материально-техническое обеспечение**

Набор учебной мебели, Меловая доска, Переносной ноутбук, Компьютер:(процессор Core i5-2400+монитор LC E2342T (10шт.)

Графопроектор, мультимедийный комплект учебного класса (вариант № 1)  
 Проектор Casio XJ-M140, кронштейн, кабель, удлинитель, настенный проекц.  
 экран Lumien 180\*180.

## **VIII. Сведения об обновлении рабочей программы дисциплины**

№п.п.	Обновленный раздел рабочей программы дисциплины	Описание внесенных изменений	Реквизиты документа, утвердившего изменения
1.			
2.			