

Утверждаю:

Руководитель ООП

\_\_\_\_\_ Цветков В.П.

«\_\_» \_\_\_\_\_ 20\_\_ г.

Рабочая программа дисциплины (с аннотацией)

**«Дифференциальные уравнения»**

Направление подготовки / Специальность

02.03.01 Математика и компьютерные науки

Направленность (профиль)

Математическое и компьютерное моделирование

Для студентов 2 курса, очная

*(указывается курс, форма обучения)*

Составитель:

*к.ф.м.н., доцент Рыжиков В.Н.*

Тверь, 2021

## **I. Аннотация**

### **1. Цель и задачи дисциплины**

Целями освоения дисциплины «Дифференциальные уравнения» являются:

- 1) фундаментальная подготовка в области обыкновенных дифференциальных уравнений;
- 2) овладение точными и приближенными методами поиска решений уравнений;
- 3) овладение способами математического моделирования с применением дифференциальных уравнений.

Задачами освоения дисциплины являются:

- изучение основ дифференциальных уравнений (простейшие типы уравнений, линейные уравнения, системы дифференциальных уравнений, теоремы существования дифференциальных уравнений);
- формирование навыков решения основных дифференциальных уравнений;
- формирование умений применять полученные знания для решения прикладных задач;
- формирование умения использовать систему знаний дисциплины для адекватного математического моделирования различных процессов.

### **2. Место дисциплины в структуре ООП**

Курс «Дифференциальные уравнения» относится к модулю дисциплин, формирующих общепрофессиональные компетенции. Для ее успешного освоения необходимы знания и умения, приобретенные в результате обучения дисциплинам: «Математический анализ», «Алгебра». Освоение дисциплины «Дифференциальные уравнения» необходимо при последующем изучении дисциплин «Численные методы», «Методы оптимизации», «Дифференциальная геометрия и топология», специальных курсов.

Дисциплина изучается на 2 курсе (3-й семестр) и (4-й семестр).

**3. Объем дисциплины:** 9 зачетных единиц, 324 академических часов, **в том числе:**

**контактная аудиторная работа:** лекции 68 часов, практические занятия 68 часов;

**контактная внеаудиторная работа: самостоятельная работа:** 161 часа, в том числе контроль 27 часов.

**4. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы**

Планируемые результаты освоения образовательной программы (формируемые компетенции)	Планируемые результаты обучения по дисциплине
УК1.1.	Анализирует задачу, выделяя ее базовые составляющие
УК1.2.	Определяет, интерпретирует и ранжирует информацию, требуемую для решения поставленной задачи
УК1.3.	Осуществляет поиск информации для решения поставленной задачи по различным типам запросов
ОПК 1.1.	Способен консультировать и использовать фундаментальные знания в области алгебры, теории чисел в профессиональной деятельности
ОПК 1.2	Применяет методы решения задач математического моделирования естественных и социально-экономических систем на основе теоретических знаний в профессиональной деятельности
ОПК 1.3.	Проводит консультации по решению конкретных задач математического моделирования

**5. Форма промежуточной аттестации и семестр прохождения:** 3-й семестр – зачет, 4-й семестр – экзамен.

**6. Язык преподавания:** русский.

**II. Содержание дисциплины, структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий**

**учебных занятий**

Учебная программа – наименование разделов и тем	Всего (час.)	Контактная работа (час.)		Самостоятельная работа (час.)
		Лекции	Практические занятия	
1. Дифференциальные уравнения первого порядка. Решение. Поле направлений. Интегральные кривые. Задача Коши. Симметричная форма уравнения. Приближенное построение интегральных кривых. Физические и геометрические задачи, приводящие к дифференциальным уравнениям.	16	2	4	10
2. Дифференциальные уравнения с разделяющимися переменными. Однородные уравнения первого порядка.	20	4	4	12
3. Линейные уравнения первого порядка. Теорема об общем решении.	20	4	4	12

Метод вариации постоянных. Уравнения Бернулли и Рикатти.				
4. Уравнения в полных дифференциалах. Признак уравнения в полных дифференциалах. Интегрирующий множитель.	22	6	4	12
5. Теорема существования и единственности задачи Коши для уравнений первого порядка.	20	4	4	12

5

6. Продолжаемые и непродолжаемые решения. Продолжаемость решения заданного на отрезке. Теорема о существовании непродолжаемого решения. Необходимые и достаточные условия непродолжаемости решений. Теорема о существовании решения на открытом интервале.	14	2	4	8
7. Уравнения в общей форме. Задача Коши. Теорема существования и единственности решения задачи Коши. Метод параметризации. Уравнения Лагранжа и Клеро. Особые точки уравнения $F(x, y, y')=0$ . Дискриминантное множество.	18	6	4	8
8. Дифференциальные уравнения n-го порядка. Решение. Задача Коши. Теорема существования и единственности решения задачи Коши. Методы понижения порядка.	16	2	4	10

<p>9. Линейные уравнения <math>n</math>-го порядка. Теорема существования и единственности решения задачи Коши. Свойства решений линейных однородных уравнений. Теорема об определителе Вронского. Теорема об общем решении однородного уравнения. Теорема об общем решении линейного неоднородного уравнения. Метод вариации постоянных.</p>	18	4	4	10
<p>10. Линейные уравнения <math>n</math>-го порядка с постоянными коэффициентами. Теорема об общем решении. Формула смещения. Линейные уравнения <math>n</math>-го порядка с постоянными коэффициентами и правой частью квазимногочленом.</p>	18	4	4	10
<p>11. Системы обыкновенных дифференциальных уравнений. Решение. Поле направлений. Интегральная кривая. Задача Коши. Теорема существования и единственности для систем дифференциальных уравнений. Оценка отклонения <math>k</math>-го последовательного приближения от решения. Дифференцируемость решений по параметрам.</p>	18	4	4	10

<p>12. Линейные системы дифференциальных уравнений. Теорема существования и единственности. Свойства решений линейных однородных систем. Теорема об определителе Вронского для систем. Теорема об общем решении однородной системы. Фундаментальная матрица линейной системы. Теорема о фундаментальной матрице. Формула Остроградского-Лиувилля для систем и уравнений. Теорема об общем решении линейной неоднородной системы. Метод вариации постоянных.</p>	18	4	4	10
<p>13. Линейные однородные системы с постоянными коэффициентами. Экспонента матрицы. Фундаментальная матрица системы с постоянными коэффициентами. Методы нахождения фундаментальной матрицы.</p>	30	8	8	14
<p>14. Автономные системы. Свойства решений автономных систем. Теорема о трех типах траекторий автономных систем. Первые интегралы автономных систем. Теорема о первых интегралах. Существование независимых первых</p>	24	8	6	10

интегралов. Теорема о выпрямлении векторного поля. Классификация особых точек линейных автономных систем второго порядка.				
15. Устойчивость решений по Ляпунову. Устойчивость решений линейных автономных систем. Лемма Ляпунова. Теорема об устойчивости по первому приближению.	25	6	6	13
<b>ИТОГО</b>	<b>297</b>	<b>68</b>	<b>68</b>	<b>161</b>

### **III. Образовательные технологии**

Учебная программа – наименование разделов и тем	Вид занятия	Образовательные технологии
Тема 1-7	лекция  практическое	Дискуссионные технологии, дистанционные образовательные технологии, проблемная лекция.
Тема 8-12.	лекция  практическое	Дискуссионные технологии, дистанционные образовательные технологии, проблемная лекция, игровая технология, кейс-технология, технология развития креативного мышления
Тема 13-15.	лекция  практическое	Мозговой штурм, дискуссионные технологии, игровая технология, кейс-технология, методы группового решения творческих задач.



**IV. Оценочные материалы для проведения текущей и промежуточной аттестации**

***Оценочные материалы для проведения текущей аттестации***

Тема	№№ задач
1-7	1-34
8	35-43
9,10	44-81
11-13	82-101
14	102-109
15	109-118

Типовые варианты контрольных работ

Контрольная работа №1

**Вариант 1.**

1.  $e^{x+3y} dy = x dx .$

2.  $(xy + x^3 y) y' = 1 + y^2$

3.  $y - xy' = x \sec \frac{y}{x} .$

$$4. \quad (x^2 + 1)y' + 4xy = 3, \quad y(0) = 0.$$

$$5. \quad y' + y = x\sqrt{y}.$$

$$6. \quad \frac{dS}{dt} + S \sin t = \sin t e^{\cos t}.$$

ВАРИАНТ № 1

=====

Задание №1

=====

Решите дифференциальное уравнение

$$(-5x + 2y - 8)y' - 2x - 5y + 2 = 0$$

В точке  $x = 0$  решение уравнения имеет два значения. Одно из них  $y(0) = 2$ . Найдите второе.

=====

Задание №2

=====

Решите дифференциальное уравнение

$$y'' - 4y' - 21y = 0$$

начальные условия:

$$y(0) = 1, \quad y'(0) = 1$$

В ответе укажите значение  $y(-2)$

=====

Задание №3

=====

Решите дифференциальное уравнение

$$y'' + 12y' + 36y = (5x - 7)\exp(4x)$$

начальные условия:

$$y(0) = 1, \quad y'(0) = 2$$

В ответе укажите значение  $y(1)$

---

---

Задание №4

---

---

Решите систему  
дифференциальных уравнений:

$$x' = -9x + 5y$$

$$y' = -2x + 2y$$

начальные условия

$$y(0) = 0; x(0) = 1$$

В ответе укажите  $x(1) \cdot y(1)$

## Контрольная работа № 2.

### Вариант 1

1. Найти частное решение дифференциального уравнения и вычислить значение полученной функции  $y = \varphi(x)$  при  $x = x_0$  с точностью до двух знаков после запятой.

$$y''' = \sin x, \quad x_0 = \frac{\pi}{2}, \quad y(0) = 1, \quad y'(0) = 0, \quad y''(0) = 0.$$

2. Найти общее решение дифференциального уравнения, допускающего понижение порядка,  $(1 - x^2)y'' - xy' = 2$ .

3. Найти общее решение дифференциального уравнения

$$\text{а) } y'' + 4y = 0; \quad \text{б) } y'' - 10y' + 25y = 0; \quad \text{в) } y'' + 3y' + 2y = 0.$$

4. Найти общее решение дифференциального уравнения  $y'' + y' = 2x - 1$ .

5. Найти частное решение дифференциального уравнения

$$y'' - 2y' + y = -12 \cos 2x - 9 \sin 2x, \quad y(0) = -2, \quad y'(0) = 0.$$

6. Найти частное решение дифференциального уравнения

$$y''' - 7y'' + 6y' = 0, \quad y(0) = 0, \quad y'(0) = 0, \quad y''(0) = 30.$$

7. Решить дифференциальное уравнение методом вариации произвольных постоянных

$$y'' - y = \frac{e^x}{e^x + 1}.$$

8. Решить систему дифференциальных уравнений двумя способами:

а) сведением к дифференциальному уравнению высшего порядка

б) с помощью характеристического уравнения.

$$\begin{cases} x' = 2x + y, \\ y' = 3x + 4y. \end{cases}$$

*Имеется полное верное решение – 5 балла*

- *Дано верное решение, но получен неправильный ответ из-за арифметической ошибки – 4 балла*
- *Имеется верное решение части уравнения, неравенства или задачи – 3 балл*
- *Решение не дано или дано неверное решение – 0 баллов*

*Формулировки определений и теорем корректны, детализированы, формулы приведены правильно – 5 баллов*

- *Отдельные незначительные неточности в формулировках или формулах – 4 балла*
- *наряду с корректными имеются ошибочные формулировки или формулы – 3 балл*
- *большая часть определений и формул приведена неверно – 0 баллов*

## **V. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины**

### **а) Основная литература:**

Жабко А.П. Дифференциальные уравнения и устойчивость [Электронный ресурс] : учеб. / А.П. Жабко, Е.Д. Котина, О.Н. Чижова. — Электрон. дан. — Санкт-Петербург : Лань, 2015. — 320 с. — Режим доступа:

<https://e.lanbook.com/book/60651>

Егоров А. И. Обыкновенные дифференциальные уравнения и система Maple [Электронный ресурс]: учебное пособие / А. И. Егоров. - Москва : Издательство "СОЛОН-Пресс", 2016. - 392 с. - ISBN 9785913592057.

Режим доступа:

<http://znanium.com/go.php?id=858610>

### **б) дополнительная литература:**

1. Дифференциальные уравнения / Б. П. Демидович, В. П. Моденов. - Москва : Лань, 2008. - 288 с. [Электронный ресурс]. - Режим доступа:

[http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_cid=25&pl1\\_id=126](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_cid=25&pl1_id=126)

**2. Филиппов Ф.Ф.** Введение в теорию дифференциальных уравнений.

Москва, УРСС, 2004-239 с.

**З. Рыжиков В.Н., Цветков В.П.** Сборник практических заданий для индивидуальной работы. Дифференциальные уравнения. Тверь. ТвГУ, 2021.

**в) Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины**

а) Программное обеспечение: стандартное.

б) Информационные справочные системы:

Федеральный портал «Российское образование» <http://www.edu.ru/>

в) Интернет-ресурсы:

1. [www.math.ru](http://www.math.ru) – сайт посвящён Математике и математикам. Этот сайт для школьников, студентов, учителей и для всех, кто интересуется математикой

2. [www.exponenta.ru](http://www.exponenta.ru) – образовательный математический сайт

3. [www.matematicus.ru](http://www.matematicus.ru) – учебный материал по различным математическим курсам

**VI. Методические материалы для обучающихся по освоению дисциплины**

***Методические рекомендации по организации самостоятельной работы студентов***

Методические рекомендации по организации самостоятельной работы по дисциплине «Дифференциальные уравнения» см. в личном кабинете электронной образовательной среды (LMS).

Методические рекомендации по решению кейс задач по дисциплине «Дифференциальные» см. в личном кабинете электронной образовательной среды (LMS).

Организуя свою учебную работу, студенты должны, во-первых, выявить рекомендуемый режим и характер учебной работы по изучению теоретического курса, практическому применению изученного материала, по выполнению заданий для самостоятельной работы, по использованию информационных технологий и т.д. Во-вторых, ознакомиться с указанным в методическом материале по дисциплине перечнем учебно-методических изданий, рекомендуемых студентам для подготовки к занятиям и выполнения самостоятельной работы, а также с методическими материалами на бумажных и/или электронных носителях, выпущенных кафедрой своими силами и предоставляемые студентам во время занятий.

Самостоятельная работа студентов, предусмотренная учебным планом, должна соответствовать более глубокому усвоению изучаемого курса, формировать навыки исследовательской работы и ориентировать студентов на умение применять теоретические знания на практике.

***1. Работа с учебными пособиями.***

Для полноценного усвоения курса студент должен, прежде всего, овладеть основными понятиями этой дисциплины. Необходимо усвоить определения и

понятия, уметь приводить их точные формулировки, приводить примеры объектов, удовлетворяющих этому определению. Кроме того, необходимо знать круг фактов, связанных с данным понятием. Требуется также знать связи между понятиями, уметь устанавливать соотношения между классами объектов, описываемых различными понятиями.

## *2. Самостоятельное изучение тем.*

Самостоятельная работа студента является важным видом деятельности, позволяющим хорошо усвоить изучаемый предмет и одним из условий достижения необходимого качества подготовки и профессиональной переподготовки специалистов. Она предполагает самостоятельное изучение студентом рекомендованной учебно-методической литературы, различных справочных материалов, написание рефератов, выступление с докладом, подготовку к лекционным и практическим занятиям, подготовку к экзамену.

## *3. Подготовка к практическим занятиям.*

При подготовке к практическим занятиям студентам рекомендуется следовать методическим рекомендациям по работе с учебными пособиями, приведенным выше.

## *4. Составление конспектов.*

В конспекте отражены основные понятия темы. Для наглядности и удобства запоминания используются схемы и таблицы.

## *5. Подготовка к экзамену.*

При подготовке к экзамену студенты должны использовать как самостоятельно подготовленные конспекты, так и материалы, полученные в ходе лекций. Экзамен студенты могут сдавать в виде теста, письменной контрольной работы или устного ответа по вопросам, представленным в данной программе. Для получения положительной оценки на экзамене необходимо продемонстрировать знания, не ниже базового (минимального) уровня. Процедура оценивания знаний, умений, владений (умений применять) и (или) опыта деятельности обучающихся по дисциплине производится в рамках балльнорейтинговой системы, включая рубежную и текущую аттестации. Согласно подходам балльнорейтинговой системы в рамках оценки знаний, умений, владений (умений применять) и (или) опыта деятельности дисциплины установлены следующие аспекты.

Содержание учебной дисциплины в рамках одного семестра делится на два модуля (периода обучения). По окончании модуля (периода обучения) осуществляется рейтинговый контроль успеваемости знаний студентов.

Сроки проведения рейтингового контроля:

осенний семестр – I рейтинговый контроль успеваемости проводится на 8-9 учебной неделе по графику учебного процесса, II рейтинговый контроль успеваемости – две последние недели фактического завершения семестра по графику учебного процесса;

весенний семестр – I рейтинговый контроль успеваемости проводится на 31-32 учебной неделе по графику учебного процесса, II рейтинговый контроль успеваемости – две последние недели фактического завершения семестра по графику учебного процесса.

Максимальное количество баллов, которое может быть получено в результате освоения дисциплины, составляет 100 баллов. Для дисциплин, заканчивающихся экзаменом, 60 баллов отводится на текущий контроль (например, по 30 баллов на каждый модуль) и 40 баллов на промежуточную аттестацию.

Максимальная сумма рейтинговых баллов по учебной дисциплине, заканчивающейся экзаменом, по итогам промежуточной аттестации составляет 40 баллов.

Правила формирования рейтинговой оценки и шкалу пересчета рейтинговых баллов в оценку на экзамене см. в «Положении о рейтинговой системе обучения в ТвГУ»:

[https://www.tversu.ru/sveden/files/Pologhenie\\_o\\_reytingovoy\\_sisteme\\_obucheniya\(1\).pdf](https://www.tversu.ru/sveden/files/Pologhenie_o_reytingovoy_sisteme_obucheniya(1).pdf)

## VII. Материально-техническое обеспечение

Учебный процесс по данной дисциплине проводится в аудиториях, оснащенных мультимедийными средствами обучения. Для организации самостоятельной работы студентов необходимо наличие персональных компьютеров с доступом в Интернет.

Наименование специальных* помещений и помещений для самостоятельной работы	Оснащенность специальных помещений и помещений для самостоятельной работы	Перечень лицензионного программного обеспечения. Реквизиты подтверждающего документа
<p>Помещение для самостоятельной работы, учебная аудитория для проведения занятий лекционного типа, занятий семинарского типа, курсового проектирования (выполнения курсовых работ), групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации, практики</p> <p>Компьютерный класс 16 170002, г.Тверь, Садовый переулок. 35,</p> <p>Учебная аудитория для проведения занятий лекционного типа, занятий семинарского типа, курсового проектирования (выполнения курсовых работ), групповых и индивидуальных консультаций, теку-</p>	<p>Столы, стулья, переносной ноутбук, переносной проектор</p> <p>Столы, стулья, переносной ноутбук, переносной проектор</p>	<p>Google Chrome – бесплатно Microsoft Office 365 pro plus - Акт приема-передачи № 369 от 21 июля 2017 Microsoft Windows 10 Enterprise - Акт приема-передачи № 369 от 21 июля 2017 Kaspersky Endpoint Security 10 для Windows – Акт на передачу прав №2129 от 25 октября 2016 г.</p> <p>Google Chrome – бесплатно Microsoft Office 365 pro plus - Акт приема-передачи № 369 от 21 июля 2017 Microsoft Windows 10 Enterprise - Акт приема-передачи № 369 от 21 июля 2017 Kaspersky Endpoint Security 10 для</p>



<p>щего контроля и промежуточной аттестации, учебная аудитория 19, 170002, г.Тверь, Садовый переулок. 35,</p>		<p>Windows – Акт на передачу прав №2129 от 25 октября 2016 г</p>
---	--	--

Наличие учебно-наглядных пособий, презентаций для проведения занятий лекционного и семинарского типа, обеспечивающих тематические иллюстрации.

### **VIII. Сведения об обновлении рабочей программы дисциплины**

№п.п.	Обновленный раздел рабочей программы дисциплины	Описание внесенных изменений	Реквизиты документа, утвердившего изменения
1.			
2.			