

Документ подписан простой электронной подписью  
Информация о владельце:  
ФИО: Смирнов Сергей Николаевич  
Должность: врио ректора  
Дата подписания: 09.10.2023 10:55:05  
Уникальный программный ключ:  
69e375c64f7e975d4e8830e7b4fcc2ad1bf35f08

Министерство науки и высшего образования РФ  
ФГБОУ ВО «Тверской государственный университет»



Утверждаю:  
Руководитель ООП

*Язенин* / А.В. Язенин /

«13» *сентября* 2020 года

Рабочая программа дисциплины (с аннотацией)

## ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ

Направление подготовки

01.03.02 ПРИКЛАДНАЯ МАТЕМАТИКА И ИНФОРМАТИКА

Профиль подготовки

Системный анализ

Для студентов 4-го курса

Форма обучения – очная

Составитель:

д.ф.-м.н., профессор К.М. Зингерман

*Зин*

Тверь, 2020

## **I. Аннотация**

### **1. Цель и задачи дисциплины**

Цель освоения дисциплины «Численные методы решения задач математической физики» – подготовить студентов к разработке и программной реализации вычислительных алгоритмов решения краевых задач для дифференциальных уравнений в частных производных.

Задачами освоения дисциплины являются:

- приобретение студентами знаний основных понятий, методов и алгоритмов численного решения задач математической физики.
- приобретение студентами навыков численного решения типовых задач математической физики, навыков разработки и тестирования программного обеспечения для решения этих задач.

### **2. Место дисциплины в структуре ООП**

Дисциплина «Численные методы решения задач математической физики» относится к Блоку 1 обязательной части, разделу «Математический». Для ее освоения требуется знание дисциплин "Математический анализ", "Алгебра и геометрия", "Уравнения математической физики", "Численные методы", навыки разработки программ. Освоение данной дисциплины необходимо для изучения дисциплин профиля подготовки и элективных дисциплин по профилю "Математическое моделирование", для подготовки выпускной работы бакалавра для студентов, обучающихся по профилю "Математическое моделирование".

**3. Объем дисциплины:** 3 зачетные единицы, 108 академических часов, в том числе:

**контактная аудиторная работа:** лекции 30 часов, в т.ч. практическая подготовка 5 часов, практические занятия 15 часов; в т.ч. практическая подготовка 5 часов; РГР – 10 часов.

**самостоятельная работа:** 53 часа, в том числе контроль 36 часов.

**4. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы**

Планируемые результаты освоения образовательной программы (формируемые компетенции)	Планируемые результаты обучения по дисциплине
<b>ОПК-2 Способен использовать и адаптировать существующие математические методы и системы программирования для разработки и реализации алгоритмов решения прикладных задач</b>	ОПК-2.1 Знает существующие математические методы и системы программирования ОПК-2.2 Использует существующие математические методы и системы программирования для разработки и реализации алгоритмов решения прикладных задач ОПК-2.3 Разрабатывает и реализует алгоритмы решения задач профессиональной деятельности на основе теоретических знаний

**5. Форма промежуточной аттестации и семестр прохождения:** экзамен (7 семестр), РГР.

**6. Язык преподавания** русский.

**II. Содержание дисциплины, структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий**

Учебная программа – наименование разделов и тем	Всего (час.)	Контактная работа (час.)				Самостоятельная работа, в том числе Контроль (час.)
		Лекции		Практические занятия		
		всего	В т.ч. практическая подготовка	всего	В т.ч. практическая подготовка	
						Контроль самостоятельной работы (в том числе курсовая работа, РГР)

Решение краевых задач для одномерного уравнения теплопроводности методом сеток.	16	3	1	2	1	2	9
Решение краевых задач для одномерного уравнения гиперболического типа методом сеток.	9	2	1	1	1	2	4
Устойчивость разностных схем для уравнений в частных производных.	15	4	0	2	0	2	7
Решение краевых задач для двумерного уравнения теплопроводности методом конечных разностей.	16	4	1	2	1	1	9
Решение краевых задач для уравнений эллиптического типа методом конечных разностей.	24	6	1	3	1	1	14
Методы построения разностных схем для краевых задач математической физики.	11	5	0	2	0	1	3
Вариационно-разностные и проекционно-разностные методы.	17	6	1	3	1	1	7
ИТОГО	108	30	5	15	5	10	53

### III. Образовательные технологии

Учебная программа – наименование разделов и тем (в строгом соответствии с разделом II РПД)	Вид занятия	Образовательные технологии
Решение краевых задач для одномерного уравнения теплопроводности методом сеток.	Лекции, практические занятия	1. Изложение теоретического материала 2. Решение задач 3. Разработка программ для ЭВМ
Решение краевых задач для одномерного уравнения гиперболического типа методом сеток.	Лекции, практические занятия	1. Изложение теоретического материала 2. Решение задач 3. Разработка программ для ЭВМ
Устойчивость разностных схем для уравнений в частных производных.	Лекции, практические занятия	1. Изложение теоретического материала 2. Решение задач
Решение краевых задач для двумерного уравнения теплопроводности методом конечных разностей.	Лекции, практические занятия	1. Изложение теоретического материала 2. Решение задач 3. Разработка программ для ЭВМ
Решение краевых задач для уравнений эллиптического типа методом конечных разностей.	Лекции, практические занятия	1. Изложение теоретического материала 2. Решение задач 3. Разработка программ для ЭВМ
Методы построения разностных схем для краевых задач математической физики.	Лекции, практические занятия	1. Изложение теоретического материала 2. Решение задач
Вариационно-разностные и проекционно-разностные методы.	Лекции, практические занятия	1. Изложение теоретического материала 2. Решение задач

Преподавание учебной дисциплины строится на сочетании лекций, практических занятий и самостоятельной работы студентов, включающей

разработку программы для ЭВМ (расчетно-графическую работу). В процессе освоения дисциплины используются следующие образовательные технологии, способы и методы формирования компетенций: традиционные лекции, практические занятия в диалоговом режиме. Дисциплина предусматривает выполнение контрольной работы.

#### **IV. Оценочные материалы для проведения текущей и промежуточной аттестации**

ОПК-2 Способен использовать и адаптировать существующие математические методы и системы программирования для разработки и реализации алгоритмов решения прикладных задач

ОПК-2.1 Знает существующие математические методы и системы программирования

1. Определить понятие устойчивости разностной схемы.
2. Определить понятие шаблона разностной схемы.

Способ проведения – устный.

Критерии оценивания:

Определение дано правильно и полно – 3 балла.

Определение дано с незначительными погрешностями – 2 балла.

Определение дано с существенными неточностями – 1 балл.

Определение не дано – 0 баллов.

3. Построить чисто неявную разностную схему для уравнения теплопроводности.  
Построить шаблон, указать порядок аппроксимации.
4. Построить явную разностную схему для уравнения гиперболического типа.  
Построить шаблон, указать порядок аппроксимации.

Способ проведения – письменный.

Критерии оценивания:

Схема построена правильно – 3 балла.

Схема построена с незначительными погрешностями – 2 балла.

Схема построена с существенными неточностями – 1 балл.

Схема не построена – 0 баллов.

ОПК-2.2 Использует существующие математические методы и системы программирования для разработки и реализации алгоритмов решения прикладных задач.

1. Разработать алгоритм и программу для решения краевой задачи для одномерного уравнения теплопроводности методом конечных разностей с использованием явной схемы.

2. Разработать алгоритм и программу для решения краевой задачи для одномерного уравнения теплопроводности методом конечных разностей с использованием схемы Кранка-Николсон.

Способ проведения – письменный.

Критерии оценивания:

Алгоритм и программа разработаны правильно и программа полностью решает поставленную задачу – 3 балла.

Алгоритм и программа разработаны с незначительными погрешностями – 2 балла.

Алгоритм и программа разработаны с существенными неточностями – 1 балл.

Алгоритм и программа не разработаны – 0 баллов.

ОПК-2.3 Разрабатывает и реализует алгоритмы решения задач профессиональной деятельности на основе теоретических знаний.

1. Выполнить отладку и тестирование программы для решения краевой задачи для одномерного уравнения теплопроводности методом конечных разностей с использованием явной схемы.

2. Выполнить отладку и тестирование программы для решения краевой задачи для одномерного уравнения теплопроводности методом конечных разностей с использованием схемы Кранка-Николсон.

Способ проведения – письменный.

Критерии оценивания:

Отладка и тестирование программы выполнены правильно – 3 балла.

Отладка и тестирование программы выполнены с незначительными погрешностями – 2 балла.

Отладка и тестирование программы выполнены с существенными неточностями – 1 балл.

Отладка и тестирование программы не выполнены – 0 баллов.

## **V. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины**

### 1) Рекомендуемая литература

#### а) Основная литература:

1. Киреев, В.И. Численные методы в примерах и задачах. [Электронный ресурс] / В.И. Киреев, А.В. Пантелеев. — Электрон. дан. — СПб. : Лань, 2015. — 448 с. — Режим доступа: <http://e.lanbook.com/book/65043>

#### б) Дополнительная литература:

1. Марчук Г.И. Методы вычислительной математики. – СПб: Лань, 2009.



2. Формалев В.Ф., Ревизников Д.Л. Численные методы. М.: Физматлит, 2004. – 400 с.
3. Копченова Н.В., Марон И.А.. Вычислительная математика в примерах и задачах. СПб.: Лань, 2009.  
[http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_cid=25&pl1\\_id=198](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_cid=25&pl1_id=198)
4. Самарский А.А., Гулин А.В. Численные методы. – М.: Наука, 1989.
5. Годунов С.К., Рябенький В.С. Разностные схемы. М., Наука, 1977.
6. Сборник задач по методам вычислений./ Под ред. П.И. Монастырного. – М.: Физматлит, 1994.

2) Программное обеспечение

<b>Компьютерный класс факультета прикладной математики и кибернетики № 249 (170002, Тверская обл., г.Тверь, Садовый переулок, д.35)</b>	
Cadence SPB/OrCAD 16.6	Государственный контракт на поставку лицензионных программных продуктов 103 - ГК/09 от 15.06.2009
FidesysBundle 1.4.43 x64	Акт приема передачи по договору №02/12-13 от 16.12.2013
Google Chrome	бесплатно
JetBrains PyCharm Community Edition 4.5.3	бесплатно
Kaspersky Endpoint Security 10 для Windows	Акт на передачу прав ПК545 от 16.12.2022
Lazarus 1.4.0	бесплатно
Mathcad 15 M010	Акт предоставления прав ИС00000027 от 16.09.2011
MATLAB R2012b	Акт предоставления прав № Us000311 от 25.09.2012
MiKTeX 2.9	бесплатно
NetBeans IDE 8.0.2	бесплатно
Notepad++	бесплатно
OpenOffice	бесплатно
Origin 8.1 Sr2	договор №13918/M41 от 24.09.2009 с ЗАО «СофтЛайн Трейд»
Python 3.4.3	бесплатно
Python 3.5.1 (Anaconda3 2.5.0 64 bit)	бесплатно
R for Windows 3.3.2	бесплатно

STATGRAPHICS Centurion XVI.II	Акт приема-передачи № Tr024185 от 08.07.2010
Многофункциональный редактор ONLYOFFICE бесплатное ПО	бесплатно
ОС Linux Ubuntu бесплатное ПО	бесплатно

<b>Компьютерный класс факультета прикладной математики и кибернетики № 46 (170002, Тверская обл., г.Тверь, Садовый переулок, д.35)</b>	
Adobe Acrobat Reader DC - Russian	бесплатно
Apache Tomcat 8.0.27	бесплатно
Cadence SPB/OrCAD 16.6	Государственный контракт на поставку лицензионных программных продуктов 103 - ГК/09 от 15.06.2009
GlassFish Server Open Source Edition 4.1.1	бесплатно
Google Chrome	бесплатно
Java SE Development Kit 8 Update 45 (64-bit)	бесплатно
JetBrains PyCharm Community Edition 4.5.3	бесплатно
JetBrains PyCharm Edu 3.0	бесплатно
Kaspersky Endpoint Security 10 для Windows	Акт на передачу прав ПК545 от 16.12.2022
Lazarus 1.4.0	бесплатно
Mathcad 15 M010	Акт предоставления прав ИС00000027 от 16.09.2011
MATLAB R2012b	Акт предоставления прав № Us000311 от 25.09.2012
Многофункциональный редактор ONLYOFFICE бесплатное ПО	бесплатно
ОС Linux Ubuntu бесплатное ПО	бесплатно
MiKTeX 2.9	бесплатно
MSXML 4.0 SP2 Parser and SDK	бесплатно
NetBeans IDE 8.0.2	бесплатно
NetBeans IDE 8.2	бесплатно
Notepad++	бесплатно
Oracle VM VirtualBox 5.0.2	бесплатно
Origin 8.1 Sr2	договор №13918/M41 от 24.09.2009 с ЗАО «СофтЛайн Трейд»
Python 3.1 pygame-1.9.1	бесплатно

Python 3.4 numpy-1.9.2	бесплатно
Python 3.4.3	бесплатно
Python 3.5.1 (Anaconda3 2.5.0 64-bit)	бесплатно
WCF RIA Services V1.0 SP2	бесплатно
WinDjView 2.1	бесплатно
R Studio	бесплатно
Anaconda3 2019.07 (Python 3.7.3 64-bit)	бесплатно

1. Современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы
  1. ЭБС «ZNANIUM.COM» [www.znanium.com](http://www.znanium.com);
  2. ЭБС «Университетская библиотека онлайн» <https://biblioclub.ru/>;
  3. ЭБС «Лань» <http://e.lanbook.com>.
2. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины
  - Сайт поддержки учебного процесса по дисциплине: <http://prog.tversu.ru>
  - Виртуальная образовательная среда ТвГУ (<http://moodle.tversu.ru>)
  - Научная библиотека ТвГУ (<http://library.tversu.ru>)
  - Сайт ТвГУ (<http://university.tversu.ru>)

## VI. Методические материалы для обучающихся по освоению дисциплины

### Примеры задач для проведения текущего контроля.

Задача 1.

Решить краевую задачу для уравнения теплопроводности

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \frac{1}{4} \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}, \quad 0 \leq x \leq 0.9, \quad u(x, 0) = 1 - x^3, \quad \frac{\partial u}{\partial x}(0, t) = \frac{t}{t+1}, \quad u(0.9, t) = 0.271$$

используя чисто неявную схему с шагом  $h = 0.3$  по  $x$  и с шагом  $\tau = 0.1$  по  $t$  при  $0 \leq t \leq 0.1$ .

Задача 2.

Решить краевую задачу для уравнения теплопроводности

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = 2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - \frac{1}{t+2}, \quad 0 \leq x \leq 2, \quad u(x,0) = x^2(2-x), \quad \frac{\partial u}{\partial t}(x,0) = x, \quad u(0,t) = 0, \quad \frac{\partial u}{\partial x}(2,t) = -\frac{1}{t+1},$$

используя явную схему с шагом  $h = 0.5$  по  $x$  и с шагом  $\tau = 0.2$  по  $t$  при  $0 \leq t \leq 0.4$

Наименование разделов и тем для РГР	Самостоятельная работа
Решение краевых задач для одномерного уравнения теплопроводности методом сеток.	[3] Глава X. §5. Задачи 1,7.
Решение краевых задач для одномерного уравнения гиперболического типа методом сеток.	[3] Глава X. §7. Задачи 1,5.
Устойчивость разностных схем для уравнений в частных производных.	[3] Глава 11. Задача 18.
Решение краевых задач для уравнений эллиптического типа методом конечных разностей.	[3] Глава X. §3. Задачи 3а,б.
Методы построения разностных схем для краевых задач математической физики.	[6] Глава 11. Задачи 2,6,36,37.

### Список вопросов к экзамену

1. Явная двухслойная разностная схема для уравнения теплопроводности для случая, когда на границе задано значение искомой функции. Построение схемы, шаблон, порядок аппроксимации.
2. Явная двухслойная разностная схема для уравнения теплопроводности для случая,

когда на границе задана производная искомой функции по пространственной координате. Построение схемы, шаблон, порядок аппроксимации.

3. Чисто неявная разностная схема для уравнения теплопроводности для случая, когда на границе задано значение искомой функции. Построение схемы, шаблон, порядок аппроксимации.

4. Чисто неявная разностная схема для уравнения теплопроводности для случая, когда на границе задана производная искомой функции по пространственной координате. Построение схемы, шаблон, порядок аппроксимации.

5. Двухслойная схема с весами для уравнения теплопроводности для случая, когда на границе задано значение искомой функции. Построение схемы, шаблон, порядок аппроксимации, алгоритм расчета. Схема Кранка-Николсон.

6. Схема "ромб" для уравнения теплопроводности для случая, когда на границе задано значение искомой функции. Построение схемы, шаблон, порядок аппроксимации, алгоритм расчета.

7. Повышение порядка аппроксимации граничных условий для случая, когда на границе задана производная искомой функции по пространственной координате.

8. Явная разностная схема для уравнения гиперболического типа для случая, когда на границе задано значение искомой функции. Построение схемы, шаблон, порядок аппроксимации.

9. Повышение порядка аппроксимации начальных условий для уравнения гиперболического типа.

10. Общее понятие об устойчивости разностных схем. Основные определения и теоремы (без доказательств).
11. Устойчивость разностной схемы как следствие аппроксимации и сходимости (доказательство теоремы).
12. Необходимое спектральное условие устойчивости разностных схем (условие Неймана). Общий подход.
13. Исследование устойчивости явной двухслойной разностной схемы для уравнения теплопроводности с помощью спектрального условия.
14. Исследование устойчивости чисто неявной двухслойной разностной схемы для уравнения теплопроводности с помощью спектрального условия.
15. Доказательство неустойчивости явной трехслойной разностной схемы для уравнения теплопроводности с помощью спектрального условия.
16. Исследование устойчивости явной разностной схемы для уравнения гиперболического типа с помощью спектрального условия.
17. Явная разностная схема для двумерного уравнения теплопроводности.
18. Чисто неявная разностная схема для двумерного уравнения теплопроводности. Трудности ее реализации.
19. Построение схем расщепления для двумерного уравнения теплопроводности.
20. Разностная схема для двумерного уравнения теплопроводности в полярных координатах.

21. Разностная схема для двумерного уравнения эллиптического типа.
22. Методы аппроксимации граничных условий для двумерного уравнения эллиптического типа.
23. Метод установления решения краевых задач для уравнений эллиптического типа.
24. Применение методов Якоби и Зейделя к решению системы разностных уравнений, аппроксимирующих краевую задачу для двумерного уравнения Пуассона. Метод релаксации.
25. Определение собственных чисел и векторов матрицы системы разностных уравнений, аппроксимирующих краевую задачу для одномерного уравнения второго порядка.
26. Определение собственных чисел матрицы системы разностных уравнений, аппроксимирующих краевую задачу Дирихле для двумерного уравнения Пуассона.
27. Оценка числа итераций, необходимых для достижения заданной точности при применении метода итерации с параметром к решению системы разностных уравнений, аппроксимирующих краевую задачу для двумерного уравнения Пуассона.
28. Составление разностных схем методом разностной аппроксимации.
29. Составление разностных схем методом неопределенных коэффициентов (на примере уравнения теплопроводности).

30. Составление разностных схем методом неопределенных коэффициентов (на примере треугольной сетки для двумерного уравнения Пуассона).
31. Составление разностных схем интегро-интерполяционным методом. (на примере уравнения теплопроводности).
32. Метод конечных элементов. Общий подход. Применение метода к решению краевых задач для обыкновенного дифференциального уравнения.
33. Применение метода конечных элементов к решению краевых задач для двумерного уравнения Пуассона.

#### **Требования к рейтинг-контролю.**

##### **Расчет баллов за семестр в целом**

1. Посещение занятий – 23 балла (по 1 баллу за занятие);
2. Решение задач у доски на практических занятиях – 12 баллов (по 2 балла за задачу, решенную у доски, но не более 6 баллов за первый модуль и не более 6 баллов за второй модуль);
3. Контрольная работа – 10 баллов (2 задачи по 5 баллов);
4. Сдача расчетного задания на ЭВМ – до 15 баллов, из них:
  - сдача задания не позже зачетной недели – 10 баллов;
  - сдача задания не позже 1 декабря – 3 балла дополнительно;
  - наличие качественного графического вывода результатов со шкалами – 2 балла дополнительно.

##### **Распределение баллов по модулям**

###### Модуль 1.

1. Посещение занятий – 12 баллов;



2. Решение задач на практических занятиях – 6 баллов;
  3. Контрольная работа – 10 баллов.
- Всего 28 баллов.

### Модуль 2.

1. Посещение занятий – 11 баллов;
2. Решение задач на практических занятиях – 6 баллов;
3. Сдача расчетного задания на ЭВМ – 15 баллов.

Всего 32 балла.

### **Примечания.**

1. Для допуска к экзамену необходимо сдать индивидуальное задание на ЭВМ (расчетно-графическую работу).
2. Отчет по индивидуальному заданию (РГР) представляется в электронной форме и должен содержать: постановку задачи, описание метода и алгоритма расчета, текст программы и анализ результатов.

### **VII. Материально-техническое обеспечение**

Для аудиторной работы.

Учебная аудитория № 7 (170002, Тверская обл., г.Тверь, Садовый переулок, д.35)	Набор учебной мебели, меловая доска.
Учебная аудитория № 20 (170002, Тверская обл., г.Тверь, Садовый переулок, д.35)	Набор учебной мебели, экран, проектор.

Для самостоятельной работы.

Помещение для самостоятельной работы Компьютерный класс № 2 факультета ПМиК № 249	Набор учебной мебели, компьютер, проектор.
---	--

### **VIII. Сведения об обновлении рабочей программы дисциплины**

п.п. №	Обновленный раздел программы дисциплины рабочей	Описание внесенных изменений	Реквизиты документа, утвердившего изменения
1.	I. 3. Объем дисциплины	Выделение часов на практическую подготовку	От 29.10.2020 года, протокол № 3 ученого совета факультета
2.	II. Содержание дисциплины, структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий	Выделение часов на практическую подготовку по темам	От 29.10.2020 года, протокол № 3 ученого совета факультета
3.	11. 2) Программное обеспечение	Внесены изменения в список программного обеспечения	От 29.09.2022 года, протокол № 2 ученого совета факультета
4.	13. Материально-техническое обеспечение	Внесены изменения в материально-техническое обеспечение аудиторий	От 29.09.2022 года, протокол № 2 ученого совета факультета
5.	11. 2) Программное обеспечение	Внесены изменения в список ПО	От 24.08.2023 года, протокол № 1 ученого совета факультета
6.	V. 1) Рекомендуемая литература	Обновление ссылок на литературу	От 24.08.2023 года, протокол № 1 ученого совета факультета