

Документ подписан простой электронной подписью  
Информация о владельце:  
ФИО: Смирнов Сергей Николаевич  
Должность: врио ректора  
Дата подписания: 26.10.2023 15:07:25  
Уникальный программный ключ:  
69e375c64f7e975d4e8830e7b4fcc2ad1bf35f08

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации  
ФГБОУ ВО «Тверской государственный университет»



Рабочая программа дисциплины (с аннотацией)

## Численные методы

Направление подготовки

15.03.06 МЕХАТРОНИКА И РОБОТОТЕХНИКА

Профиль подготовки

Интеллектуальное управление в мехатронных и робототехнических  
системах

Для студентов 2-го курса

Формы обучения - очная

Составитель:

*Зингерман К.М., д.ф.-м.н., профессор*

Тверь, 2023

## **I. Аннотация**

### **1. Цель и задачи дисциплины**

Целью освоения дисциплины является: подготовка студентов к разработке и реализации на ЭВМ вычислительных алгоритмов решения математических задач, возникающих в процессе познания и использования в практической деятельности законов реального мира посредством математического моделирования.

Задачами освоения дисциплины являются:

- приобретение студентами знаний основных понятий, методов и алгоритмов вычислительной математики.
- приобретение студентами навыков решения типовых задач вычислительной математики, навыков разработки и тестирования программного обеспечения для решения этих задач.

### **2. Место дисциплины в структуре ООП**

Дисциплина «Численные методы» относится к разделу «Математический» обязательной части Блока 1. Для изучения этой дисциплины необходимы базовые знания, полученные в результате изучения курсов математического анализа, алгебры, навыки разработки алгоритмов и программ.

**3. Объем дисциплины:** 4 зачетные единицы, 144 академических часа, в том числе:

**контактная аудиторная работа:** лекции 45 часов, в т.ч. практическая подготовка 4 часа, практические занятия 30 часов, в т.ч. практическая подготовка 0 часа;

**контактная внеаудиторная работа:** контроль самостоятельной работы - часов, в том числе курсовая работа - 0 часов;

**самостоятельная работа:** 69 часов, в том числе контроль 45 часов.

**4. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы**

Планируемые результаты освоения образовательной программы (формируемые компетенции)	Планируемые результаты обучения по дисциплине
---	---

<p>ОПК-1 Способен применять естественнонаучные и общетехнические знания, методы математического анализа и моделирования в профессиональной деятельности</p>	<p>ОПК-1.1 Демонстрирует знания основ математики, физики, вычислительной техники и программирования</p> <p>ОПК-1.2 Демонстрирует навыки использования знаний физики и математики для решения задач теоретического и прикладного характера</p> <p>ОПК-1.3 Применяет методы математического и компьютерного моделирования, средства автоматизированного проектирования в теоретических и расчетно-экспериментальных исследованиях</p>
<p>ПК-1 Способен участвовать в качестве исполнителя в научно-исследовательских разработках новых робототехнических и мехатронных систем</p>	<p>ПК-1.1 Разрабатывает математические модели мехатронных и робототехнических систем, их подсистем и отдельных элементов и модулей</p> <p>ПК-1.5 Проводит вычислительные эксперименты с использованием стандартных программных пакетов с целью исследования математических моделей мехатронных и робототехнических систем</p>

**5. Форма промежуточной аттестации и семестр прохождения:** экзамен, 3 семестр.

**6. Язык преподавания** русский.

**II. Содержание дисциплины, структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий**

Учебная программа – наименование разделов и тем	Все го (час )	Контактная работа (час.)				Контроль самостояте льной работы (в том числе курсовая работа)	Самост оятель ная работа, в том числе Контро ль (час.)
		Лекции		Практически е занятия			
		вс ег о	в т.ч. прак- тичес- кая подго товка	всего	в т.ч. прак- - тиче с-кая подг отов ка		
Теория погрешностей	14	4	1	2	1	0	8
Интерполирование и приближение функций.	23	8	1	6	1	0	9
Численное дифференцирование и интегрирование.	20	6		5		0	9
Прямые методы решения систем линейных алгебраических уравнений	18	5		4		0	9
Итерационные методы решения систем линейных уравнений	22	8		5		0	9
Методы отыскания решений нелинейных уравнений и систем	21	8		4		0	9
Методы решения проблемы собственных значений	14	4		2		0	8
Интерполирование и приближение функций (продолжение)	12	2		2		0	8
<b>ИТОГО</b>	<b>144</b>	<b>45</b>	<b>2</b>	<b>30</b>	<b>2</b>	<b>0</b>	<b>69</b>

### III. Образовательные технологии

Учебная программа – наименование разделов	Вид занятия	Образовательные технологии
--	-------------	----------------------------

и тем (в строгом соответствии с разделом II РПД)		
Теория погрешностей	Лекции, практические занятия	1. Изложение теоретического материала 2. Решение задач
Интерполирование и приближение функций.	Лекции, практические занятия	1. Изложение теоретического материала 2. Решение задач 3. Разработка программ для ЭВМ
Численное дифференцирование и интегрирование.	Лекции, практические занятия	1. Изложение теоретического материала 2. Решение задач 3. Разработка программ для ЭВМ
Прямые методы решения систем линейных алгебраических уравнений	Лекции, практические занятия	1. Изложение теоретического материала 2. Решение задач 3. Разработка программ для ЭВМ
Итерационные методы решения систем линейных уравнений	Лекции, практические занятия	1. Изложение теоретического материала 2. Решение задач 3. Разработка программ для ЭВМ
Методы отыскания решений нелинейных уравнений и систем	Лекции, практические занятия	1. Изложение теоретического материала 2. Решение задач 3. Разработка программ для ЭВМ
Методы решения проблемы собственных значений	Лекции, практические занятия	1. Изложение теоретического материала 2. Решение задач 3. Разработка программ для ЭВМ
Интерполирование и приближение функций (продолжение)	Лекции, практические занятия	1. Изложение теоретического материала 2. Решение задач.

Преподавание учебной дисциплины строится на сочетании лекций, практических занятий, включающих разработку программ для ЭВМ в компьютерном классе, и самостоятельной работы студентов. В процессе освоения дисциплины используются следующие образовательные технологии, способы и методы формирования компетенций: традиционные лекции, практические занятия в диалоговом режиме. Дисциплина предусматривает выполнение контрольной работы.

#### **IV. Оценочные материалы для проведения текущей и промежуточной аттестации**

<p>ОПК-1 Способен применять естественнонаучные и общепрофессиональные знания, методы математического анализа и моделирования в профессиональной деятельности</p>	<p>ОПК-1.1 Демонстрирует знания основ математики, физики, вычислительной техники и программирования</p> <p>ОПК-1.2 Демонстрирует навыки использования знаний физики и математики для решения задач теоретического и прикладного характера</p> <p>ОПК-1.3 Применяет методы математического и компьютерного моделирования, средства автоматизированного проектирования в теоретических и расчетно-экспериментальных исследованиях</p>
<p>ПК-1 Способен участвовать в качестве исполнителя в научно-исследовательских разработках новых робототехнических и мехатронных систем</p>	<p>ПК-1.1 Разрабатывает математические модели мехатронных и робототехнических систем, их подсистем и отдельных элементов и модулей</p> <p>ПК-1.5 Проводит вычислительные эксперименты с использованием стандартных программных пакетов с целью исследования математических</p>

	моделей мехатронных и робототехнических систем
--	---

**ОПК-1 Способен применять естественнонаучные и общинженерные знания, методы математического анализа и моделирования в профессиональной деятельности**

ОПК-1.1 Демонстрирует знания основ математики, физики, вычислительной техники и программирования

1. Определить понятие интерполяции.

Способ проведения – устный.

Критерии оценивания:

Определение дано правильно и полно – 3 балла.

Определение дано с незначительными погрешностями – 2 балла.

Определение дано с существенными неточностями – 1 балл.

Определение не дано – 0 баллов.

2. Доказать теорему о сходимости метода хорд.

3. Доказать теорему о сходимости метода итерации для систем линейных алгебраических уравнений.

Способ проведения – устный.

Критерии оценивания:

Теорема доказана правильно и полно – 3 балла.

Теорема доказана с незначительными погрешностями – 2 балла.

Теорема доказана с существенными неточностями – 1 балл.

Теорема не доказана – 0 баллов.

ОПК-1.2 Демонстрирует навыки использования знаний физики и математики для решения задач теоретического и прикладного характера

1. Используя знания математического анализа, вывести формулу для оценки погрешности формулы прямоугольников для численного интегрирования.
2. Используя знания математического анализа, вывести формулу для оценки погрешности приближенного решения нелинейного алгебраического уравнения методом хорд.

Способ проведения – устный.

Критерии оценивания:

Формула выведена правильно – 3 балла.

Формула выведена с незначительными погрешностями – 2 балла.

Формула выведена с существенными неточностями – 1 балл.

Формула не выведена – 0 баллов.

**ОПК-1.3** Применяет методы математического и компьютерного моделирования, средства автоматизированного проектирования в теоретических и расчетно-экспериментальных исследованиях

1. Вычислить координаты центра масс элемента конструкции робототехнической системы с использованием численного интегрирования, используя для приближенного вычисления интеграла формулу Симпсона.
2. Выполнить статический расчет стержневой конструкции (фермы), используя для решения системы линейных алгебраических уравнений метод Гаусса с выбором главного элемента по столбцу.

Способ проведения – письменный.

Критерии оценивания:

Задача решена полно и правильно – 3 балла.

Задача решена с незначительными погрешностями – 2 балла.

Задача решена с существенными неточностями – 1 балл.

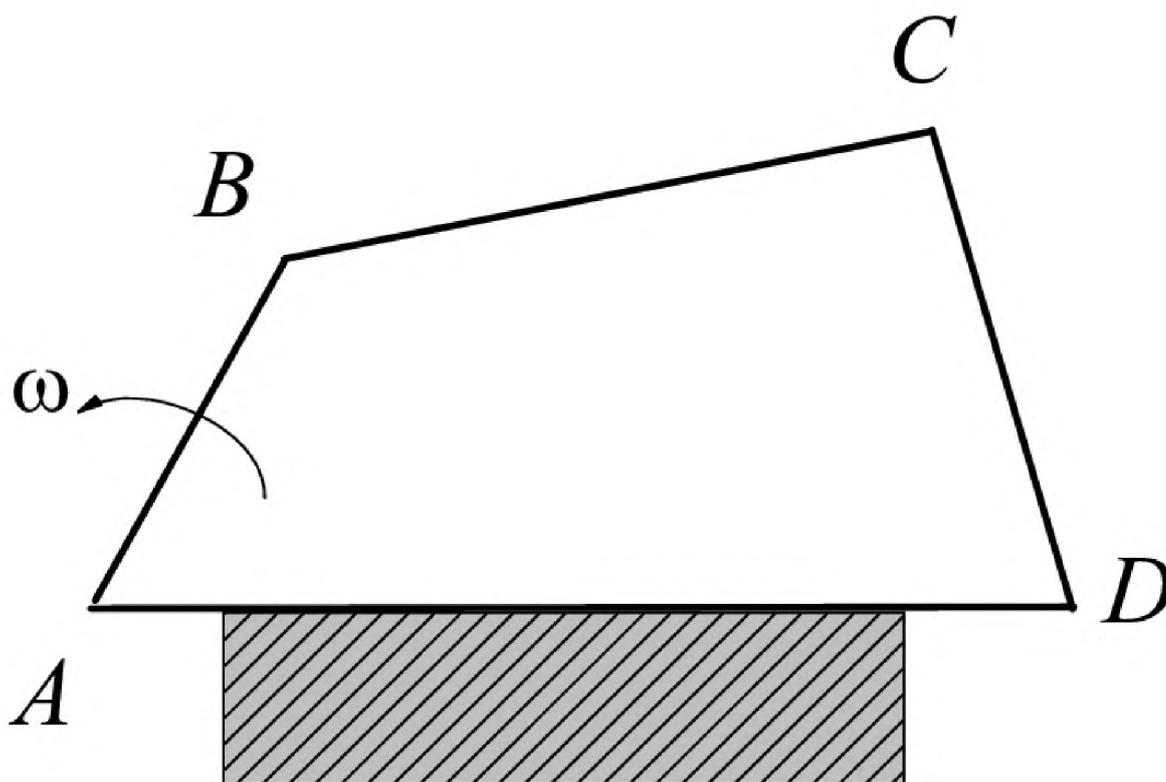
Задача не решена – 0 баллов.

**ПК-1** Способен участвовать в качестве исполнителя в научно-исследовательских разработках новых робототехнических и мехатронных систем

ПК-1.1 Разрабатывает математические модели мехатронных и робототехнических систем, их подсистем и отдельных элементов и модулей

ПК-1.5 Проводит вычислительные эксперименты с использованием стандартных программных пакетов с целью исследования математических моделей мехатронных и робототехнических систем

1. Для стержневой конструкции, изображенной на рисунке, составить систему нелинейных алгебраических уравнений для определения положения вершины  $C$  в заданный момент времени, считая, что ведущее звено  $AB$  вращается в плоскости чертежа вокруг точки  $A$  с постоянной угловой скоростью, звено  $AD$  неподвижно, а все стержни абсолютно жесткие. Решить эту систему уравнений методом Ньютона. Длины всех звеньев механизма считаются заданными.



2. Для механической системы с конечным числом степеней свободы записана система линейных дифференциальных уравнений, описывающая малые свободные колебания этой механической системы относительно положения равновесия. Определить наибольшее по модулю собственное число матрицы коэффициентов этой системы уравнений, используя итерационный метод, и вычислить

соответствующую этому собственному числу собственную частоту колебаний этой механической системы.

Способ проведения – письменный.

Критерии оценивания:

Задача решена полно и правильно – 3 балла.

Задача решена с незначительными погрешностями – 2 балла.

Задача решена с существенными неточностями – 1 балл.

Задача не решена – 0 баллов.

Важной составляющей данного раздела РПД являются требования к рейтинг-контролю с указанием баллов, распределенных между модулями и видами работы обучающихся.

Максимальная сумма баллов по учебной дисциплине, заканчивающейся экзаменом, по итогам семестра составляет 60 баллов (30 баллов - 1-й модуль и 30 баллов - 2-й модуль).

Обучающемуся, набравшему 40–54 балла, при подведении итогов семестра (на последнем занятии по дисциплине) в рейтинговой ведомости учета успеваемости и зачетной книжке может быть выставлена оценка «удовлетворительно».

Обучающемуся, набравшему 55–57 баллов, при подведении итогов семестра (на последнем занятии по дисциплине) в графе рейтинговой ведомости учета успеваемости «Премияльные баллы» может быть добавлено 15 баллов и выставлена экзаменационная оценка «хорошо».

Обучающемуся, набравшему 58–60 баллов, при подведении итогов семестра (на последнем занятии по дисциплине) в графе рейтинговой ведомости учета успеваемости «Премияльные баллы» может быть добавлено 27 баллов и выставлена экзаменационная оценка «отлично». В каких-либо иных случаях добавление премиальных баллов не допускается.

Обучающийся, набравший до 39 баллов включительно, сдает экзамен.

Распределение баллов по модулям устанавливается преподавателем и может корректироваться.

## V. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

### 1) Рекомендуемая литература

#### а) Основная литература:

1. Амосов, А.А. Вычислительные методы. [Электронный ресурс] / А.А. Амосов, Ю.А. Дубинский, Н.В. Копченова. — Электрон. дан. — СПб. : Лань, 2014. — 672 с. — Режим доступа: <http://e.lanbook.com/book/42190>.
2. Киреев, В.И. Численные методы в примерах и задачах. [Электронный ресурс] / В.И. Киреев, А.В. Пантелеев. — Электрон. дан. — СПб. : Лань, 2015. — 448 с. — Режим доступа: <http://e.lanbook.com/book/65043>.

#### б) Дополнительная литература:

1. Бахвалов Н.С., Жидков Н.П., Кобельков Г. М. Численные методы. М.: Бином. Лаб. знаний. 2008. – 632 с.
2. Вержбицкий В.М. Основы численных методов. - М.: Высш. школа, 2009. - 839 с.
3. Демидович Б.П., Марон И.А. Основы вычислительной математики. - М.: Лань, 2011.  
[http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_cid=25&pl1\\_id=2025](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_cid=25&pl1_id=2025)
4. Фаддеев Д.К., Фаддеева В.Н. Вычислительные методы линейной алгебры. СПб: Лань, 2009. – 733 с.  
[http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_cid=25&pl1\\_id=400](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_cid=25&pl1_id=400)
5. Копченова Н.В., Марон И.А.. Вычислительная математика в примерах и задачах. СПб.: Лань, 2009.  
[http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_cid=25&pl1\\_id=198](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_cid=25&pl1_id=198)
6. Калиткин Н.Н. Численные методы: Учебное пособие. М., Наука, 1978.
7. Крылов В.И., Бобков В.В., Монастырный П.И. Вычислительные методы высшей математики. Т.1,2. Минск., Вышэйш. школа, 1972.
8. Самарский А.А., Гулин А.В. Численные методы. - М.: Наука, 1989. - 432 с.
9. Сборник задач по методам вычислений./ Под ред. П.И. Монастырного. – М.: Физматлит, 1994.
10. Зингерман К.М. Численные методы: уч.-мет. пос. Ч.1. Тверь: ТвГУ, 2009. Ч.2. Тверь: ТвГУ, 2011.

### 2) Программное обеспечение

<b>Компьютерный класс факультета прикладной математики и кибернетики № 46 (170002, Тверская обл., г.Тверь, Садовый переулок, д.35)</b>	
Adobe Acrobat Reader DC - Russian	бесплатно
Apache Tomcat 8.0.27	бесплатно
Cadence SPB/OrCAD 16.6	Государственный контракт на поставку лицензионных программных продуктов 103 - ГК/09 от 15.06.2009
GlassFish Server Open Source Edition 4.1.1	бесплатно
Google Chrome	бесплатно
Java SE Development Kit 8 Update 45 (64-bit)	бесплатно
JetBrains PyCharm Community Edition 4.5.3	бесплатно
JetBrains PyCharm Edu 3.0	бесплатно
Kaspersky Endpoint Security 10 для Windows	Акт на передачу прав ПК545 от 16.12.2022
Lazarus 1.4.0	бесплатно
Mathcad 15 M010	Акт предоставления прав ИС00000027 от 16.09.2011
MATLAB R2012b	Акт предоставления прав № Us000311 от 25.09.2012
Многофункциональный редактор ONLYOFFICE бесплатное ПО	бесплатно
ОС Linux Ubuntu бесплатное ПО	бесплатно
МиKTeX 2.9	бесплатно
MSXML 4.0 SP2 Parser and SDK	бесплатно
NetBeans IDE 8.0.2	бесплатно
NetBeans IDE 8.2	бесплатно
Notepad++	бесплатно

Oracle VM VirtualBox 5.0.2	бесплатно
Origin 8.1 Sr2	договор №13918/M41 от 24.09.2009 с ЗАО «СофтЛайн Трейд»
Python 3.1 pygame-1.9.1	бесплатно
Python 3.4 numpy-1.9.2	бесплатно
Python 3.4.3	бесплатно
Python 3.5.1 (Anaconda3 2.5.0 64-bit)	бесплатно
WCF RIA Services V1.0 SP2	бесплатно
WinDjView 2.1	бесплатно
R Studio	бесплатно
Anaconda3 2019.07 (Python 3.7.3 64-bit)	бесплатно

3) Современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы

4) Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины

1. Электронно-библиотечная система IPRbooks:  
<http://www.iprbookshop.ru>
2. Электронно-библиотечная система «Университетская библиотека ONLINE» <http://biblioclub.ru>
3. Научная библиотека ТвГУ <http://library.tversu.ru>

## **VI. Методические материалы для обучающихся по освоению дисциплины**

### **Темы расчетно-графических работ**

Задание 1. Темы – «Интерполяция», «Численное дифференцирование и интегрирование»

1. Кусочно-линейная интерполяция.
2. Интерполяционная формула Лагранжа.
3. Интерполяционная формула Ньютона для неравноотстоящих значений аргумента
4. Первая интерполяционная формула Ньютона для равноотстоящих значений аргумента.

5. Вторая интерполяционная формула Ньютона для равноотстоящих значений аргумента.
6. Первая интерполяционная формула Гаусса.
7. Вторая интерполяционная формула Гаусса.
8. Обратная интерполяция.
9. Численное дифференцирование.
10. Численное интегрирование по формуле прямоугольников.
11. Численное интегрирование по формуле трапеций.
12. Численное интегрирование по формуле Симпсона.
13. Численное интегрирование по формуле 3/8.
14. Численное интегрирование по формуле Гаусса.
15. Численное интегрирование по формуле Мелера.
16. Вычисление интегралов вида  $\int_{-\infty}^{+\infty} e^{-x^2} f(x) dx$  по обобщенной формуле Гаусса.
17. Вычисление интегралов вида  $\int_0^{+\infty} e^{-x} f(x) dx$  по обобщенной формуле Гаусса.

Задание 2. Тема - «Решение систем линейных алгебраических уравнений (прямые методы)».

1. Решение системы линейных алгебраических уравнений методом Гаусса с выбором главного элемента по строке.
2. Решение системы линейных алгебраических уравнений методом Гаусса с выбором главного элемента по столбцу.
3. Решение системы линейных алгебраических уравнений методом Гаусса с выбором главного элемента по всей матрице.
4. Решение системы линейных алгебраических уравнений методом квадратного корня.
5. Решение системы линейных алгебраических уравнений методом ортогонализации.
6. Решение системы линейных алгебраических уравнений методом прогонки.
7. Нахождение определителя методом Гаусса.
8. Нахождение определителя методом квадратного корня.
9. Нахождение обратной матрицы методом Гаусса.
10. Нахождение обратной матрицы методом квадратного корня.

Задание 3. Темы – «Решение систем линейных алгебраических уравнений (итерационные методы)», «Решение нелинейных алгебраических уравнений и систем», «Решение проблемы собственных значений», «Сплайн-интерполирование», «Приближение функций».

1. Решение системы линейных алгебраических уравнений методом Якоби.
2. Решение системы линейных алгебраических уравнений методом Зейделя.

3. Решение системы линейных алгебраических уравнений методом простой итерации.
4. Решение системы линейных алгебраических уравнений методом минимальных невязок.
5. Решение системы линейных алгебраических уравнений методом скорейшего спуска.
6. Решение нелинейного алгебраического уравнения методом половинного деления.
7. Решение нелинейного алгебраического уравнения методом хорд.
8. Решение нелинейного алгебраического уравнения методом касательных.
9. Решение нелинейного алгебраического уравнения методом итерации.
10. Решение системы нелинейных алгебраических уравнений методом итерации.
11. Решение системы нелинейных алгебраических уравнений методом Ньютона.
12. Нахождение наибольшего по модулю собственного числа методом итерации.
13. Нахождение наибольшего по модулю собственного числа методом возведения матрицы в степень.
14. Нахождение второго по модулю собственного числа методом  $\lambda$ -разности.
15. Нахождение второго по модулю собственного числа методом исчерпывания.
16. Решение полной проблемы собственных чисел симметричной матрицы методом вращений.
17. Построение кубического интерполяционного сплайна.
18. Наилучшее среднеквадратичное приближение функций многочленами.
19. Наилучшее среднеквадратичное приближение функций тригонометрическими функциями.

Задание 4. Тема – «Численные методы решения задачи Коши и краевых задач для обыкновенных дифференциальных уравнений и систем».

1. Решение задачи Коши для дифференциального уравнения методом Эйлера.
2. Решение задачи Коши для дифференциального уравнения модифицированным методом Эйлера.
3. Решение задачи Коши для дифференциального уравнения методом Рунге-Кутты.
4. Решение задачи Коши для дифференциального уравнения экстраполяционным методом Адамса.
5. Решение задачи Коши для дифференциального уравнения интерполяционным методом Адамса.

6. Решение задачи Коши для системы дифференциальных уравнений методом Эйлера.
7. Решение задачи Коши для системы дифференциальных уравнений модифицированным методом Эйлера.
8. Решение задачи Коши для системы дифференциальных уравнений методом Рунге-Кутты.

***Задания для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации  
по итогам освоения дисциплины***

Задача 1.

С какой абсолютной погрешностью может быть вычислен дискриминант квадратного уравнения  $ax^2 + bx + c = 0$ , если относительные погрешности коэффициентов  $a$ ,  $b$  и  $c$  этого уравнения не превышают  $\delta$ , а сами коэффициенты по модулю не превышают  $M$ ?

Задача 2.

Функция задана таблично:

x	-0.5	-0.1	0.2	0.3
y	0.8	0.6	0.5	0.1

Используя формулу Ньютона, вычислить значение интерполяционного многочлена

в точке  $x=0.1$ .

Задача 3.

Функция задана таблично:

x	2.5	2.9	3.0
y	-0.6	1.1	1.9

Вычислить приближенное значение производной этой функции в точке  $x=2.8$ , заменив функцию ее интерполяционным многочленом, построенным по формуле Ньютона.

Задача 4.

Найти приближенное значение интеграла  $\int_1^2 \frac{dx}{1+x^2}$  по формуле трапеций сначала с шагом  $h=0.5$ , а затем с шагом  $h=0.25$ . Оценить погрешность по правилу Рунге.

Задача 5.

Решить систему линейных алгебраических уравнений  $Ax=f$  методом Гаусса с выбором главного элемента по всей матрице и найти  $\det A$ .

$$A = \begin{bmatrix} -1 & 2 & 2 \\ 1 & -4 & 2 \\ -2 & 0 & 2 \end{bmatrix}, \quad f = \begin{bmatrix} -11 \\ 9 \\ -6 \end{bmatrix}.$$

Задача 6.

Решить уравнение  $x+x^3=20$  на отрезке  $[2;3]$  методом половинного деления с точностью до 0.05.

Задача 7.

Решить систему методом Ньютона:

$$\begin{cases} x^3 + y^3 = 8 \\ y = x^2 + 1 \end{cases}$$

Выбрать в качестве начального приближения  $x_0 = 1$ ,  $y_0 = 2$ . Выполнить 2 шага метода.

*Задачи для самостоятельного решения*

Наименование разделов и тем	Содержание самостоятельной работы.
Теория погрешностей	[5] Глава I. §1, задачи 1,2,4. §2, задача 1. §3, задачи 1,2,3,5,7. §5, задачи 1,4,5,6,7.
Интерполирование и приближение функций.	[5] Глава V. §4. Задачи 1а,б, 2а,в,г,4. §2. Задачи 1а,б, д, 2а,б,в,4. §3. Задачи 1а,в, и, 2а,б,к.
Численное дифференцирование и интегрирование.	[5] Глава VI. §1. Задачи 1а,б,в. Глава VII. §1. Задачи 1,2,3. §3. Задача 1. §5. Задача 2. §6. Задача 4.
Прямые методы решения систем линейных алгебраических уравнений	[5] Глава III. §3. Задачи 1,2. §4. Задачи 1,2. §6. Задачи 1,2. §7. Задача 1. §8. Задача 5.
Итерационные методы решения систем линейных уравнений	[5] Глава III. §9. Задачи 1,4. §10. Задачи 1,4.
Методы отыскания решений нелинейных уравнений и систем	[9] Глава 4. Задачи 1,2,31,46, 48. Глава 5. Задачи 10,11.
Методы решения проблемы собственных значений	[9] Глава 3. Задачи 15, 16.
Интерполирование и приближение функций (продолжение)	[2] Задачи 10.2, 10.3, 10.4, 11.2, 11.3.

## 2. Промежуточная аттестация

### Список вопросов к экзамену

- 1.1. Понятие погрешности. Виды погрешности.
- 1.2. Прямая и обратная задачи теории погрешностей.
- 1.3. Погрешности арифметических действий с приближенными величинами и элементарных функций.
- 1.4. Погрешности при представлении чисел в ЭВМ.
- 2.1. Понятие интерполяции. Кусочно-линейная интерполяция. Формула Лагранжа.
- 2.2. Погрешность интерполяции полиномами (с доказательством теоремы).
- 2.3. Разделенные разности и их свойства.
- 2.4. Интерполяционная формула Ньютона.
- 2.5. Интерполяция с равноотстоящими узлами. Конечные разности и их свойства.
- 2.6. Первая интерполяционная формула Ньютона для равноотстоящих узлов.
- 2.7. Вторая интерполяционная формула Ньютона для равноотстоящих узлов.
- 2.8. Первая интерполяционная формула Гаусса.
- 2.9. Вторая интерполяционная формула Гаусса.
- 2.10. Сходимость интерполяционного процесса.
- 2.11. Влияние погрешности исходных данных на погрешность интерполяции.
- 2.12. Задача о наилучшем выборе узлов интерполяции.
- 3.1. Понятие о численном дифференцировании. Общий подход.
- 3.2. Погрешность численного дифференцирования в узлах (с доказательством теоремы).
- 3.3. Левая, правая и центральная разностные производные. Их погрешности.
- 3.4. Влияние погрешности исходных данных на погрешность численного дифференцирования.

- 3.5. Понятие о численном интегрировании. Формулы Ньютона-Котеса. Свойства коэффициентов Котеса.
- 3.6. Формула прямоугольников, ее погрешность.
- 3.7. Формула трапеций, ее погрешность.
- 3.8. Формула Симпсона, ее погрешность.
- 3.9. Формула  $3/8$ , ее погрешность.
- 3.10. Правило Рунге оценки погрешности численного интегрирования.
- 3.11. Квадратурная формула Гаусса, ее погрешность.
- 3.12. Обобщенные квадратурные формулы Гаусса.
- 4.1 Влияние погрешности вектора правой части и матрицы системы на погрешность решения СЛАУ. Понятие о мере обусловленности.
- 4.2 Метод Гаусса решения СЛАУ. Теорема об LU-разложении. Вычисление определителей методом Гаусса.
- 4.3 Расчет числа арифметических операций при решении СЛАУ методом Гаусса.
- 4.4. Модификации метода Гаусса с выбором главного элемента.
- 4.5 Метод прогонки.
- 4.6. Метод итерации решения СЛАУ. Теорема о сходимости метода (с доказательством).
- 4.7. Решение систем линейных алгебраических уравнений методом Якоби. Достаточные условия сходимости.
- 4.8. Решение систем линейных алгебраических уравнений методом Зейделя. Достаточные условия сходимости.
- 4.9. Решение систем линейных алгебраических уравнений методом итерации с параметром. Достаточное условие сходимости.
- 5.1. Общие сведения о корнях уравнений и методах их нахождения. Отделение вещественных корней многочленов.
- 5.2. Метод половинного деления. Теорема о сходимости (с доказательством).
- 5.3. Метод хорд. Теорема о сходимости [с доказательством].

5.4. Решение нелинейного уравнения методом касательных (Ньютона). Модификация метода. Теорема о сходимости [с доказательством].

5.5. Метод итерации для одного нелинейного уравнения. Теорема о сходимости.

5.6. Метод итерации для системы нелинейных уравнений. Теорема о сходимости.

5.7. Решение систем нелинейных уравнений методом Ньютона и модифицированным методом Ньютона.

6.1. Нахождение наибольшего по модулю собственного числа и соответствующего собственного вектора матрицы итерационным методом.

6.2. Нахождение наибольшего по модулю собственного числа и соответствующего собственного вектора матрицы методом скалярных произведений.

6.3. Методы лямбда-разности и исчерпывания.

6.4. Нахождение собственных чисел и векторов методом вращений.

7.1. Приближение функций. Равномерное и среднеквадратичное приближение. Определитель Грама системы функций.

### **Вопросы, ответы на которые нужно знать на память.**

1.1. Определение предельной абсолютной погрешности.

1.2. Определение предельной относительной погрешности.

1.3. Формулировка прямой задачи теории погрешностей.

1.4. Формулировка обратной задачи теории погрешностей.

1.5. Вычисление погрешности функции по заданным погрешностям ее аргументов.

1.6. Абсолютная погрешность суммы и разности.

1.7. Относительная погрешность произведения и частного.

1.8. Определение машинного эпсилон.

1.9. Определения машинной бесконечности и машинного нуля.

2.1. Определение интерполирующей функции.

2.2. Интерполяционная формула Лагранжа.

- 2.3. Определение разделенных разностей произвольного порядка.
- 2.4. Интерполяционная формула Ньютона (для неравноотстоящих значений аргумента).
- 2.5. Определение конечных разностей произвольного порядка.
- 2.6. Кусочно-линейная интерполяция.
- 3.1. Определение численного дифференцирования.
- 3.2. Левая, правая и центральная разностные производные.
- 3.3. Вторая разностная производная.
- 3.4. Каким степеням шага пропорциональны погрешности усечения для левой, правой и центральной разностной производной?
- 3.5. Каким степеням шага пропорциональны погрешности, вызванные неточностью исходных данных, для левой, правой и центральной разностной производной?
- 3.6. Определение численного интегрирования.
- 3.7. Формула прямоугольников.
- 3.8. Обобщенная формула трапеций.
- 3.9. Какими степеням шага пропорциональны погрешности формул прямоугольников, трапеций, Симпсона?
- 3.9. Общий вид формулы Гаусса для численного интегрирования.
- 3.10. Формула для оценки погрешности численного интегрирования по правилу Рунге.
- 4.1. Определение меры обусловленности матрицы.
- 4.2. Выражение погрешности решения СЛАУ через погрешность вектора правой части, когда матрица системы задана точно.
- 4.3. Какой степени  $n$  пропорционально количество арифметических операций при решении системы  $n$  линейных уравнений методом Гаусса при больших  $n$ ?
- 4.4. Зачем нужны перестановки в методе Гаусса?
- 4.5. Чем отличается метод Гаусса с выбором главного элемента по строке от метода Гаусса без выбора главного элемента?

- 4.6. Чем отличается метод Гаусса с выбором главного элемента по столбцу от метода Гаусса без выбора главного элемента?
- 4.7. Чем отличается метод Гаусса с выбором главного элемента по всей матрице от метода Гаусса без выбора главного элемента?
- 4.10. Для решения систем какого вида применяется метод прогонки?
- 4.11. Какой степени  $n$  пропорционально количество арифметических операций при решении системы  $n$  линейных уравнений методом прогонки при больших  $n$ ?
- 4.12. Расчетная формула метода простой итерации решения СЛАУ.
- 4.13. Определение вектора невязки системы линейных алгебраических уравнений.
- 5.1. Алгоритм метода половинного деления.
- 5.2. Расчетная формула метода касательных (Ньютона).
- 5.3. Расчетная формула метода итерации для одного нелинейного уравнения.
- 6.1. По какой формуле находится наибольшее по модулю собственное число матрицы при применении итерационного метода?
- 6.2. По какой формуле находится наибольшее по модулю собственное число матрицы при применении метода скалярных произведений?
- 7.1. Какая величина минимизируется при среднеквадратичном приближении функций, заданных таблично?
- 7.2. Какая величина минимизируется при нахождении наилучшего равномерного приближения функций, заданных таблично?

### **Расчет рейтинга**

#### **Расчет баллов за семестр в целом**

1. Посещение практических занятий – 16 баллов (по 1 баллу за занятие).
2. Решение задач у доски на практических занятиях – 8 баллов (по 2 балла за задачу, решенную у доски, но не более 4 баллов за каждый модуль).
3. Контрольные работы – 10 баллов (2 контрольные работы).
4. Выполнение общих заданий на ЭВМ – 6 баллов.

5. Выполнение индивидуальных заданий на ЭВМ – 20 баллов (5 заданий по 4 балла).

#### Распределение баллов по модулям

Модуль 1. Темы – «Теория погрешностей», «Интерполяция», «Численное дифференцирование», «Численное интегрирование».

1. Посещение практических занятий – 8 баллов;
2. Решение задач на практических занятиях – 4 балла;
3. Контрольная работа – 5 баллов.
4. Выполнение общих заданий на ЭВМ – 4 балла (нахождение машинного  $\varepsilon$  – 1 балл, кусочно-линейная интерполяция – 2 балла, численное дифференцирование – 1 балл).
5. Выполнение индивидуальных заданий на ЭВМ – 8 баллов (2 задания по 4 балла).

Всего 29 баллов.

Модуль 2. Темы – «Решение систем линейных алгебраических уравнений», «Решение нелинейных алгебраических уравнений и систем», «Нахождение собственных чисел и векторов», «Приближение функций».

1. Посещение практических занятий – 8 баллов;
2. Решение задач на практических занятиях – 4 балла;
3. Контрольная работа – 5 баллов;
4. Выполнение общего задания на ЭВМ – 2 балла (нахождение наибольшего по модулю собственного числа итерационным методом).
5. Выполнение индивидуальных заданий на ЭВМ – 12 баллов (3 задания по 4 балла).

Всего 31 балл.

#### **Примечания.**

1. Темы индивидуальных заданий: «Интерполяция», «Численное интегрирование», «Решение систем линейных алгебраических

уравнений», «Решение нелинейных алгебраических уравнений и систем».

2. Для получения положительной оценки на экзамене необходимо сдать все индивидуальные задания на ЭВМ.
3. Студенты, которые сдают индивидуальное задание на ЭВМ позже, чем через месяц после рассмотрения соответствующей темы на практике, получают за выполнение этого задания 2 балла.

## **VII. Материально-техническое обеспечение**

Для аудиторной работы.

Учебная аудитория № 212 (170002, Тверская обл., г.Тверь, Садовый переулок, д.35)	Набор учебной мебели, мультимедийный комплекс (доска, проектор, панель управления, переносной ноутбук).
Учебная аудитория № 20 (170002, Тверская обл., г.Тверь, Садовый переулок, д.35)	Набор учебной мебели, экран, проектор.

Для самостоятельной работы.

Помещение для самостоятельной работы обучающихся: Компьютерный класс факультета ПМиК № 4б 170002, Тверская обл., г.Тверь, Садовый переулок, д.35	Компьютер, экран, проектор, кондиционер.
--	---

### **VIII. Сведения об обновлении рабочей программы дисциплины**

№ п.п.	Обновленный раздел рабочей программы дисциплины	Описание внесенных изменений	Дата и протокол заседания кафедры, утвердившего изменения
1.	V. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины 2) Программное обеспечение	Внесены изменения в программное обеспечение	От 24.08.2023 года, протокол № 1 ученого совета факультета