

Документ подписан простой электронной подписью  
Информация о владельце:  
ФИО: Смирнов Сергей Николаевич  
Должность: врио ректора  
Дата подписания: 09.10.2025 16:00:59  
Уникальный программный ключ:  
69e375c64f7e975d4e8830e7b4fcc2ad1bf35f08

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации  
ФГБОУ ВО «Тверской государственный университет»



Рабочая программа дисциплины (с аннотацией)

## Численные методы

Направление подготовки  
09.03.03 Прикладная информатика

Профиль подготовки  
Прикладная информатика в экономике

Для студентов 2-го курса очной формы обучения

Составитель: *Зингерман К.М., д.ф.-м.н., профессор*

Тверь, 2021

## **I. Аннотация**

### **1. Цель и задачи дисциплины**

Целью освоения дисциплины является: подготовка студентов к разработке и реализации на ЭВМ вычислительных алгоритмов решения математических задач, возникающих в процессе познания и использования в практической деятельности законов реального мира посредством математического моделирования.

Задачами освоения дисциплины являются:

- приобретение студентами знаний основных понятий, методов и алгоритмов вычислительной математики.
- приобретение студентами навыков решения типовых задач вычислительной математики, навыков разработки и тестирования программного обеспечения для решения этих задач.

### **2. Место дисциплины в структуре ООП**

Дисциплина «Численные методы» относится к разделу «Математический» обязательной части Блока 1. Для изучения этой дисциплины необходимы базовые знания, полученные в результате изучения курсов математического анализа, алгебры, навыки разработки алгоритмов и программ.

**3. Объем дисциплины:** 4 зачетные единицы, 144 академических часа, в том числе:

**контактная аудиторная работа:** лекции 45 часов, в т.ч. практическая подготовка 2 часа, практические занятия 30 часов, в т.ч. практическая подготовка 2 часа;

**контактная внеаудиторная работа:** контроль самостоятельной работы - часов, в том числе курсовая работа - часов;

**самостоятельная работа:** 69 часов, в том числе контроль 36 часов.

**4. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы**

Планируемые результаты освоения образовательной программы (формируемые компетенции)	Планируемые результаты обучения по дисциплине
---	---

<p>ОПК-2 Способен использовать современные информационные технологии и программные средства, в том числе отечественного производства, при решении задач профессиональной деятельности</p>	<p>ОПК-2.1 Знает современные информационные технологии и программные средства, в том числе отечественного производства при решении задач профессиональной деятельности</p> <p>ОПК-2.2 Выбирает современные информационные технологии и программные средства, в том числе отечественного производства при решении задач профессиональной деятельности</p> <p>ОПК-2.3 Владеет навыками применения современных информационных технологий и программных средств, в том числе отечественного производства, при решении задач профессиональной деятельности</p>
<p>ОПК-7 Способен разрабатывать алгоритмы и программы, пригодные для практического применения</p>	<p>ОПК-7.1 Знает основные языки программирования и работы с базами данных, операционные системы и оболочки, современные программные среды разработки информационных систем и технологий</p> <p>ОПК-7.2 Применяет языки программирования и работы с базами данных, современные программные среды разработки информационных систем и технологий для автоматизации бизнес-процессов, решения прикладных задач различных классов, ведения баз данных и информационных хранилищ</p> <p>ОПК-7.3 Владеет навыками программирования, отладки и тестирования прототипов программно-технических комплексов задач</p>

**5. Форма промежуточной аттестации и семестр прохождения:** экзамен, 3 семестр.

**6. Язык преподавания русский.**

**II. Содержание дисциплины, структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий**

Учебная программа – наименование разделов и тем	Всего (час.)	Контактная работа (час.)				Контроль самостоятельной работы (в том числе курсовая работа)	Самостоятельная работа, в том числе Контроль (час.)
		Лекции		Практические занятия			
		всего	в т.ч. практическая подготовка	всего	в т.ч. практическая подготовка		
Теория погрешностей	14	4	1	2	1	0	8
Интерполирование и приближение функций.	23	8	1	6	1	0	9
Численное дифференцирование и интегрирование.	20	6		5		0	9
Прямые методы решения систем линейных алгебраических уравнений	18	5		4		0	9
Итерационные методы решения систем линейных уравнений	22	8		5		0	9
Методы отыскания решений нелинейных уравнений и систем	21	8		4		0	9
Методы решения проблемы собственных значений	14	4		2		0	8
Интерполирование и приближение функций (продолжение)	12	2		2		0	8
<b>ИТОГО</b>	<b>144</b>	<b>45</b>	<b>2</b>	<b>30</b>	<b>2</b>	<b>0</b>	<b>69</b>

**III. Образовательные технологии**

Учебная программа – наименование разделов и тем (в строгом соответствии с разделом II РПД)	Вид занятия	Образовательные технологии
Теория погрешностей	Лекции, практические занятия	1. Изложение теоретического материала 2. Решение задач
Интерполирование и приближение функций.	Лекции, практические занятия	1. Изложение теоретического материала 2. Решение задач 3. Разработка программ для ЭВМ
Численное дифференцирование и интегрирование.	Лекции, практические занятия	1. Изложение теоретического материала 2. Решение задач 3. Разработка программ для ЭВМ
Прямые методы решения систем линейных алгебраических уравнений	Лекции, практические занятия	1. Изложение теоретического материала 2. Решение задач 3. Разработка программ для ЭВМ
Итерационные методы решения систем линейных уравнений	Лекции, практические занятия	1. Изложение теоретического материала 2. Решение задач 3. Разработка программ для ЭВМ
Методы отыскания решений нелинейных уравнений и систем	Лекции, практические занятия	1. Изложение теоретического материала 2. Решение задач 3. Разработка программ для ЭВМ
Методы решения проблемы собственных значений	Лекции, практические занятия	1. Изложение теоретического материала 2. Решение задач 3. Разработка программ для ЭВМ

Интерполирование и приближение функций (продолжение)	Лекции, практические занятия	1. Изложение теоретического материала 2. Решение задач.
--	------------------------------	--

Преподавание учебной дисциплины строится на сочетании лекций, практических занятий, включающих разработку программ для ЭВМ в компьютерном классе, и самостоятельной работы студентов. В процессе освоения дисциплины используются следующие образовательные технологии, способы и методы формирования компетенций: традиционные лекции, практические занятия в диалоговом режиме. Дисциплина предусматривает выполнение контрольной работы.

#### **IV. Оценочные материалы для проведения текущей и промежуточной аттестации**

ОПК-2 Способен использовать современные информационные технологии и программные средства, в том числе отечественного производства, при решении задач профессиональной деятельности.

ОПК-2.1 Знает современные информационные технологии и программные средства, в том числе отечественного производства при решении задач профессиональной деятельности.

1. Разработать алгоритм и программу для приближенного вычисления интеграла по формуле Симпсона.
2. Разработать алгоритм и программу для решения системы линейных алгебраических уравнений методом Гаусса с выбором главного элемента по столбцу.

Способ проведения – письменный.

Критерии оценивания:

Алгоритм и программа разработаны правильно и программа полностью решает поставленную задачу – 3 балла.

Алгоритм и программа разработаны с незначительными погрешностями – 2 балла.

Алгоритм и программа разработаны с существенными неточностями – 1 балл.

Алгоритм и программа не разработаны – 0 баллов.

ОПК-2.2 Выбирает современные информационные технологии и программные средства, в том числе отечественного производства при решении задач профессиональной деятельности.

1. Выбрать программное средство для реализации алгоритма приближенного вычисления интеграла по формуле Симпсона. Обосновать сделанный выбор.
2. Выбрать программное средство для реализации алгоритма решения системы линейных алгебраических уравнений методом Гаусса с выбором главного элемента по столбцу. Обосновать сделанный выбор.

Способ проведения – устный.

Критерии оценивания:

Программное средство для реализации алгоритма выбрано правильно, дано убедительное обоснование сделанного выбора – 2 балла.

Программное средство для реализации алгоритма выбрано правильно, но сделанный выбор не обоснован – 1 балл.

Программное средство для реализации алгоритма не выбрано – 0 баллов.

ОПК-2.3 Владеет навыками применения современных информационных технологий и программных средств, в том числе отечественного производства, при решении задач профессиональной деятельности.

1. Осуществить отладку и тестирование программы для приближенного вычисления интеграла по формуле Симпсона.
2. Осуществить отладку и тестирование программы для решения системы линейных алгебраических уравнений методом Гаусса с выбором главного элемента по столбцу.

Способ проведения – письменный.

Критерии оценивания:

Программа отлажена, разработаны тестовые задания, для которых программа выдает правильные результаты – 2 балла.

Разработаны тестовые задания, для которых программа выдает неправильные результаты – 1 балла.

Тестовые задания не разработаны – 0 баллов.

ОПК-7 Способен разрабатывать алгоритмы и программы, пригодные для практического применения.

ОПК-7.1 Знает основные языки программирования и работы с базами данных, операционные системы и оболочки, современные программные среды разработки информационных систем и технологий.

1. Подготовить описание программы для приближенного вычисления интеграла по формуле Симпсона в соответствии с ГОСТ 19.402-78.
2. Подготовить описание программы для решения системы линейных алгебраических уравнений методом Гаусса с выбором главного элемента по столбцу в соответствии с ГОСТ 19.402-78.

Способ проведения – письменный.

Критерии оценивания:

Описание программы подготовлено правильно, с необходимой полнотой и с учетом всех требований ГОСТа – 3 балла.

Описание программы подготовлено с незначительными погрешностями – 2 балла.

Описание программы подготовлено с существенными неточностями – 1 балл.

Описание программы не подготовлено – 0 баллов.

ОПК-7.2 Применяет языки программирования и работы с базами данных, современные программные среды разработки информационных систем и технологий для автоматизации бизнес-процессов, решения прикладных задач различных классов, ведения баз данных и информационных хранилищ.

1. Разработать алгоритм и программу для приближенного вычисления интеграла по формуле Симпсона.
2. Разработать алгоритм и программу для решения системы линейных алгебраических уравнений методом Гаусса с выбором главного элемента по столбцу.

Способ проведения – письменный.

Критерии оценивания:

Алгоритм и программа разработаны правильно и программа полностью решает поставленную задачу – 3 балла.

Алгоритм и программа разработаны с незначительными погрешностями – 2 балла.

Алгоритм и программа разработаны с существенными неточностями – 1 балл.

Алгоритм и программа не разработаны – 0 баллов.



ОПК-7.3 Владеет навыками программирования, отладки и тестирования прототипов программно-технических комплексов задач.

1. Разработать набор тестовых заданий для проверки правильности работы программы приближенного вычисления интеграла по формуле Симпсона. Проверить правильность работы программы с использованием этих тестовых заданий.
2. Разработать набор тестовых заданий для проверки правильности работы программы решения системы линейных алгебраических уравнений методом Гаусса с выбором главного элемента по столбцу. Проверить правильность работы программы с использованием этих тестовых заданий.

Способ проведения – письменный.

Критерии оценивания:

Набор тестовых заданий подготовлен правильно, с необходимой полнотой, программа выдает правильные результаты для всех тестовых заданий – 3 балла.

Набор тестовых заданий подготовлен правильно, но неполно, программа выдает правильные результаты для всех подготовленных тестовых заданий – 2 балла.

Набор тестовых заданий подготовлен с существенными ошибками, программа выдает правильные результаты не для всех подготовленных тестовых заданий – 1 балл.

Набор тестовых заданий не подготовлен – 0 баллов.

## **V. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины**

### 1) Рекомендуемая литература

#### а) Основная литература:

1. Амосов, А.А. Вычислительные методы. [Электронный ресурс] / А.А. Амосов, Ю.А. Дубинский, Н.В. Копченова. — Электрон. дан. — СПб. : Лань, 2014. — 672 с. — Режим доступа: <http://e.lanbook.com/book/42190>.
2. Киреев, В.И. Численные методы в примерах и задачах. [Электронный ресурс] / В.И. Киреев, А.В. Пантелеев. — Электрон. дан. — СПб. : Лань, 2015. — 448 с. — Режим доступа: <http://e.lanbook.com/book/65043>.

б) Дополнительная литература:

1. Бахвалов Н.С., Жидков Н.П., Кобельков Г. М. Численные методы. М.: Бином. Лаб. знаний. 2008. – 632 с.
2. Вержбицкий В.М. Основы численных методов. - М.: Высш. школа, 2009. - 839 с.
3. Демидович Б.П., Марон И.А. Основы вычислительной математики. - М.: Лань, 2011.  
[http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_cid=25&pl1\\_id=2025](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_cid=25&pl1_id=2025)
4. Фаддеев Д.К., Фаддеева В.Н. Вычислительные методы линейной алгебры. СПб: Лань, 2009. – 733 с.  
[http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_cid=25&pl1\\_id=400](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_cid=25&pl1_id=400)
5. Копченова Н.В., Марон И.А.. Вычислительная математика в примерах и задачах. СПб.: Лань, 2009.  
[http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_cid=25&pl1\\_id=198](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_cid=25&pl1_id=198)
6. Калиткин Н.Н. Численные методы: Учебное пособие. М., Наука, 1978.
7. Крылов В.И., Бобков В.В., Монастырный П.И. Вычислительные методы высшей математики. Т.1,2. Минск., Вышэйш. школа, 1972.
8. Самарский А.А., Гулин А.В. Численные методы. - М.: Наука, 1989. - 432 с.
9. Сборник задач по методам вычислений./ Под ред. П.И. Монастырного. – М.: Физматлит, 1994.
10. Зингерман К.М. Численные методы: уч.-мет. пос. Ч.1. Тверь: ТвГУ, 2009. Ч.2. Тверь: ТвГУ, 2011.

2) Программное обеспечение

а)

<b>Компьютерный класс факультета прикладной математики и кибернетики № 46 (170002, Тверская обл., г.Тверь, Садовый переулок, д.35)</b>	
Adobe Acrobat Reader DC - Russian	бесплатно
Apache Tomcat 8.0.27	бесплатно
Cadence SPB/OrCAD 16.6	Государственный контракт на поставку лицензионных программных продуктов 103 - ГК/09 от 15.06.2009
GlassFish Server Open Source Edition 4.1.1	бесплатно
Google Chrome	бесплатно
Java SE Development Kit 8 Update 45 (64-bit)	бесплатно
JetBrains PyCharm Community Edition 4.5.3	бесплатно
JetBrains PyCharm Edu 3.0	бесплатно
Kaspersky Endpoint Security 10 для Windows	Акт на передачу прав ПК545 от 16.12.2022
Lazarus 1.4.0	бесплатно

Mathcad 15 M010	Акт предоставления прав ИС00000027 от 16.09.2011
MATLAB R2012b	Акт предоставления прав № Us000311 от 25.09.2012
Многофункциональный редактор ONLYOFFICE бесплатное ПО	бесплатно
ОС Linux Ubuntu бесплатное ПО	бесплатно
MiKTeX 2.9	бесплатно
MSXML 4.0 SP2 Parser and SDK	бесплатно
NetBeans IDE 8.0.2	бесплатно
NetBeans IDE 8.2	бесплатно
Notepad++	бесплатно
Oracle VM VirtualBox 5.0.2	бесплатно
Origin 8.1 Sr2	договор №13918/M41 от 24.09.2009 с ЗАО «СофтЛайн Трейд»
Python 3.1 pygame-1.9.1	бесплатно
Python 3.4 numpy-1.9.2	бесплатно
Python 3.4.3	бесплатно
Python 3.5.1 (Anaconda3 2.5.0 64-bit)	бесплатно
WCF RIA Services V1.0 SP2	бесплатно
WinDjView 2.1	бесплатно
R Studio	бесплатно
Anaconda3 2019.07 (Python 3.7.3 64-bit)	бесплатно

б) Свободно распространяемое программное обеспечение

3) Современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы

4) Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины

1. Электронно-библиотечная система IPRbooks:

<http://www.iprbookshop.ru>

2. Электронно-библиотечная система «Университетская библиотека ONLINE» <http://biblioclub.ru>

3. Научная библиотека ТвГУ <http://library.tversu.ru>

## VI. Методические материалы для обучающихся по освоению дисциплины

Важной составляющей данного раздела РПД являются требования к рейтинг-контролю с указанием баллов, распределенных между модулями и видами работы обучающихся.

### Если зачет:

Максимальная сумма баллов по учебной дисциплине, заканчивающейся зачетом, по итогам семестра составляет 100 баллов (50 баллов - 1-й модуль и 50 баллов - 2-й модуль).

Студенту, набравшему 40 баллов и выше по итогам работы в семестре, в экзаменационной ведомости и зачетной книжке выставляется оценка «зачтено». Студент, набравший до 39 баллов включительно, сдает зачет.

Распределение баллов по модулям устанавливается преподавателем и может корректироваться.

#### **Если экзамен:**

Максимальная сумма баллов по учебной дисциплине, заканчивающейся экзаменом, по итогам семестра составляет 60 баллов (30 баллов - 1-й модуль и 30 баллов - 2-й модуль).

Обучающемуся, набравшему 40–54 балла, при подведении итогов семестра (на последнем занятии по дисциплине) в рейтинговой ведомости учета успеваемости и зачетной книжке может быть выставлена оценка «удовлетворительно».

Обучающемуся, набравшему 55–57 баллов, при подведении итогов семестра (на последнем занятии по дисциплине) в графе рейтинговой ведомости учета успеваемости «Премияльные баллы» может быть добавлено 15 баллов и выставлена экзаменационная оценка «хорошо».

Обучающемуся, набравшему 58–60 баллов, при подведении итогов семестра (на последнем занятии по дисциплине) в графе рейтинговой ведомости учета успеваемости «Премияльные баллы» может быть добавлено 27 баллов и выставлена экзаменационная оценка «отлично». В каких-либо иных случаях добавление премиальных баллов не допускается.

Обучающийся, набравший до 39 баллов включительно, сдает экзамен.

Распределение баллов по модулям устанавливается преподавателем и может корректироваться.

### **Темы расчетно-графических работ**

Задание 1. Темы – «Интерполяция», «Численное дифференцирование и интегрирование»

1. Кусочно-линейная интерполяция.
2. Интерполяционная формула Лагранжа.
3. Интерполяционная формула Ньютона для неравноотстоящих значений аргумента
4. Первая интерполяционная формула Ньютона для равноотстоящих значений аргумента.
5. Вторая интерполяционная формула Ньютона для равноотстоящих значений аргумента.
6. Первая интерполяционная формула Гаусса.
7. Вторая интерполяционная формула Гаусса.
8. Обратная интерполяция.
9. Численное дифференцирование.
10. Численное интегрирование по формуле прямоугольников.
11. Численное интегрирование по формуле трапеций.

12. Численное интегрирование по формуле Симпсона.
13. Численное интегрирование по формуле 3/8.
14. Численное интегрирование по формуле Гаусса.
15. Численное интегрирование по формуле Мелера.
16. Вычисление интегралов вида  $\int_{-\infty}^{+\infty} e^{-x^2} f(x) dx$  по обобщенной формуле Гаусса.
17. Вычисление интегралов вида  $\int_0^{+\infty} e^{-x} f(x) dx$  по обобщенной формуле Гаусса.

Задание 2. Тема - «Решение систем линейных алгебраических уравнений (прямые методы)».

1. Решение системы линейных алгебраических уравнений методом Гаусса с выбором главного элемента по строке.
2. Решение системы линейных алгебраических уравнений методом Гаусса с выбором главного элемента по столбцу.
3. Решение системы линейных алгебраических уравнений методом Гаусса с выбором главного элемента по всей матрице.
4. Решение системы линейных алгебраических уравнений методом квадратного корня.
5. Решение системы линейных алгебраических уравнений методом ортогонализации.
6. Решение системы линейных алгебраических уравнений методом прогонки.
7. Нахождение определителя методом Гаусса.
8. Нахождение определителя методом квадратного корня.
9. Нахождение обратной матрицы методом Гаусса.
10. Нахождение обратной матрицы методом квадратного корня.

Задание 3. Темы – «Решение систем линейных алгебраических уравнений (итерационные методы)», «Решение нелинейных алгебраических уравнений и систем», «Решение проблемы собственных значений», «Сплайн-интерполирование», «Приближение функций».

1. Решение системы линейных алгебраических уравнений методом Якоби.
2. Решение системы линейных алгебраических уравнений методом Зейделя.
3. Решение системы линейных алгебраических уравнений методом простой итерации.
4. Решение системы линейных алгебраических уравнений методом минимальных невязок.
5. Решение системы линейных алгебраических уравнений методом скорейшего спуска.
6. Решение нелинейного алгебраического уравнения методом половинного деления.

7. Решение нелинейного алгебраического уравнения методом хорд.
8. Решение нелинейного алгебраического уравнения методом касательных.
9. Решение нелинейного алгебраического уравнения методом итерации.
10. Решение системы нелинейных алгебраических уравнений методом итерации.
11. Решение системы нелинейных алгебраических уравнений методом Ньютона.
12. Нахождение наибольшего по модулю собственного числа методом итерации.
13. Нахождение наибольшего по модулю собственного числа методом возведения матрицы в степень.
14. Нахождение второго по модулю собственного числа методом  $\lambda$ -разности.
15. Нахождение второго по модулю собственного числа методом исчерпывания.
16. Решение полной проблемы собственных чисел симметричной матрицы методом вращений.
17. Построение кубического интерполяционного сплайна.
18. Наилучшее среднеквадратичное приближение функций многочленами.
19. Наилучшее среднеквадратичное приближение функций тригонометрическими функциями.

Задание 4. Тема – «Численные методы решения задачи Коши и краевых задач для обыкновенных дифференциальных уравнений и систем».

1. Решение задачи Коши для дифференциального уравнения методом Эйлера.
2. Решение задачи Коши для дифференциального уравнения модифицированным методом Эйлера.
3. Решение задачи Коши для дифференциального уравнения методом Рунге-Кутты.
4. Решение задачи Коши для дифференциального уравнения экстраполяционным методом Адамса.
5. Решение задачи Коши для дифференциального уравнения интерполяционным методом Адамса.
6. Решение задачи Коши для системы дифференциальных уравнений методом Эйлера.
7. Решение задачи Коши для системы дифференциальных уравнений модифицированным методом Эйлера.
8. Решение задачи Коши для системы дифференциальных уравнений методом Рунге-Кутты.

*Задания для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации  
по итогам освоения дисциплины*

Задача 1.

С какой абсолютной погрешностью может быть вычислен дискриминант квадратного уравнения  $ax^2 + bx + c = 0$ , если относительные погрешности коэффициентов  $a$ ,  $b$  и  $c$  этого уравнения не превышают  $\delta$ , а сами коэффициенты по модулю не превышают  $M$ ?

Задача 2.

Функция задана таблично:

x	-0.5	-0.1	0.2	0.3
y	0.8	0.6	0.5	0.1

Используя формулу Ньютона, вычислить значение интерполяционного многочлена

в точке  $x=0.1$ .

Задача 3.

Функция задана таблично:

x	2.5	2.9	3.0
y	-0.6	1.1	1.9

Вычислить приближенное значение производной этой функции в точке  $x=2.8$ , заменив функцию ее интерполяционным многочленом, построенным по формуле Ньютона.

Задача 4.

Найти приближенное значение интеграла  $\int_1^2 \frac{dx}{1+x^2}$  по формуле трапеций сначала с шагом  $h=0.5$ , а затем с шагом  $h=0.25$ . Оценить погрешность по правилу Рунге.

Задача 5.

Решить систему линейных алгебраических уравнений  $Ax=f$  методом Гаусса с выбором главного элемента по всей матрице и найти  $\det A$ .

$$A = \begin{bmatrix} -1 & 2 & 2 \\ 1 & -4 & 2 \\ -2 & 0 & 2 \end{bmatrix}, \quad f = \begin{bmatrix} -11 \\ 9 \\ -6 \end{bmatrix}.$$

Задача 6.

Решить уравнение  $x + x^3 = 20$  на отрезке  $[2;3]$  методом половинного деления с точностью до 0.05.

Задача 7.

Решить систему методом Ньютона:

$$\begin{cases} x^3 + y^3 = 8 \\ y = x^2 + 1 \end{cases}$$

Выбрать в качестве начального приближения  $x_0 = 1, y_0 = 2$ . Выполнить 2 шага метода.

Задача 8.

Методом Рунге-Кутты 4-го порядка аппроксимации решить задачу Коши  $y' = xy + 1, y(1) = 2$  на  $[1;1.25]$  с шагом 0.25.



### Задачи для самостоятельного решения

Наименование разделов и тем	Содержание самостоятельной работы.
Теория погрешностей	[5] Глава I. §1, задачи 1,2,4. §2, задача 1. §3, задачи 1,2,3,5,7. §5, задачи 1,4,5,6,7.
Интерполирование и приближение функций.	[5] Глава V. §4. Задачи 1а,б, 2а,в,г,4. §2. Задачи 1а,б, д, 2а,б,в,4. §3. Задачи 1а,в, и, 2а,б,к.
Численное дифференцирование и интегрирование.	[5] Глава VI. §1. Задачи 1а,б,в. Глава VII. §1. Задачи 1,2,3. §3. Задача 1. §5. Задача 2. §6. Задача 4.
Прямые методы решения систем линейных алгебраических уравнений	[5] Глава III. §3. Задачи 1,2. §4. Задачи 1,2. §6. Задачи 1,2. §7. Задача 1. §8. Задача 5.
Итерационные методы решения систем линейных уравнений	[5] Глава III. §9. Задачи 1,4. §10. Задачи 1,4.
Методы отыскания решений нелинейных уравнений и систем	[9] Глава 4. Задачи 1,2,31,46, 48. Глава 5. Задачи 10,11.
Методы решения проблемы собственных значений	[9] Глава 3. Задачи 15, 16.
Интерполирование и приближение функций (продолжение)	[2] Задачи 10.2, 10.3, 10.4, 11.2, 11.3.

## 2. Промежуточная аттестация

## Список вопросов к экзамену

- 1.1. Понятие погрешности. Виды погрешности.
- 1.2. Прямая и обратная задачи теории погрешностей.
- 1.3. Погрешности арифметических действий с приближенными величинами и элементарных функций.
- 1.4. Погрешности при представлении чисел в ЭВМ.
- 2.1. Понятие интерполяции. Кусочно-линейная интерполяция. Формула Лагранжа.
- 2.2. Погрешность интерполяции полиномами (с доказательством теоремы).
- 2.3. Разделенные разности и их свойства.
- 2.4. Интерполяционная формула Ньютона.
- 2.5. Интерполяция с равноотстоящими узлами. Конечные разности и их свойства.
- 2.6. Первая интерполяционная формула Ньютона для равноотстоящих узлов.
- 2.7. Вторая интерполяционная формула Ньютона для равноотстоящих узлов.
- 2.8. Первая интерполяционная формула Гаусса.
- 2.9. Вторая интерполяционная формула Гаусса.
- 2.10. Сходимость интерполяционного процесса.
- 2.11. Влияние погрешности исходных данных на погрешность интерполяции.
- 2.12. Задача о наилучшем выборе узлов интерполяции.
- 3.1. Понятие о численном дифференцировании. Общий подход.
- 3.2. Погрешность численного дифференцирования в узлах (с доказательством теоремы).
- 3.3. Левая, правая и центральная разностные производные. Их погрешности.
- 3.4. Влияние погрешности исходных данных на погрешность численного дифференцирования.
- 3.5. Понятие о численном интегрировании. Формулы Ньютона-Котеса. Свойства коэффициентов Котеса.

- 3.6. Формула прямоугольников, ее погрешность.
- 3.7. Формула трапеций, ее погрешность.
- 3.8. Формула Симпсона, ее погрешность.
- 3.9. Формула  $3/8$ , ее погрешность.
- 3.10. Правило Рунге оценки погрешности численного интегрирования.
- 3.11. Квадратурная формула Гаусса, ее погрешность.
- 3.12. Обобщенные квадратурные формулы Гаусса.
- 4.1 Влияние погрешности вектора правой части и матрицы системы на погрешность решения СЛАУ. Понятие о мере обусловленности.
- 4.2 Метод Гаусса решения СЛАУ. Теорема об LU-разложении.  
Вычисление определителей методом Гаусса.
- 4.3 Расчет числа арифметических операций при решении СЛАУ методом Гаусса.
- 4.4. Модификации метода Гаусса с выбором главного элемента.
- 4.5 Метод прогонки.
- 4.6. Метод итерации решения СЛАУ. Теорема о сходимости метода (с доказательством).
- 4.7. Решение систем линейных алгебраических уравнений методом Якоби.  
Достаточные условия сходимости.
- 4.8. Решение систем линейных алгебраических уравнений методом Зейделя.  
Достаточные условия сходимости.
- 4.9. Решение систем линейных алгебраических уравнений методом итерации с параметром.  
Достаточное условие сходимости.
- 5.1. Общие сведения о корнях уравнений и методах их нахождения.  
Отделение вещественных корней многочленов.
- 5.2. Метод половинного деления. Теорема о сходимости (с доказательством).
- 5.3. Метод хорд. Теорема о сходимости [с доказательством].
- 5.4. Решение нелинейного уравнения методом касательных (Ньютона).  
Модификация метода. Теорема о сходимости [с доказательством].

- 5.5. Метод итерации для одного нелинейного уравнения. Теорема о сходимости.
- 5.6. Метод итерации для системы нелинейных уравнений. Теорема о сходимости.
- 5.7. Решение систем нелинейных уравнений методом Ньютона и модифицированным методом Ньютона.
- 6.1. Нахождение наибольшего по модулю собственного числа и соответствующего собственного вектора матрицы итерационным методом.
- 6.2. Нахождение наибольшего по модулю собственного числа и соответствующего собственного вектора матрицы методом скалярных произведений.
- 6.3. Методы лямбда-разности и исчерпывания.
- 6.4. Нахождение собственных чисел и векторов методом вращений.
- 7.1. Приближение функций. Равномерное и среднеквадратичное приближение. Определитель Грама системы функций.

**Вопросы, ответы на которые нужно знать на память.**

- 1.1. Определение предельной абсолютной погрешности.
- 1.2. Определение предельной относительной погрешности.
- 1.3. Формулировка прямой задачи теории погрешностей.
- 1.4. Формулировка обратной задачи теории погрешностей.
- 1.5. Вычисление погрешности функции по заданным погрешностям ее аргументов.
- 1.6. Абсолютная погрешность суммы и разности.
- 1.7. Относительная погрешность произведения и частного.
- 1.8. Определение машинного эпсилон.
- 1.9. Определения машинной бесконечности и машинного нуля.
- 2.1. Определение интерполирующей функции.

- 2.2. Интерполяционная формула Лагранжа.
- 2.3. Определение разделенных разностей произвольного порядка.
- 2.4. Интерполяционная формула Ньютона (для неравноотстоящих значений аргумента).
- 2.5. Определение конечных разностей произвольного порядка.
- 2.6. Кусочно-линейная интерполяция.
- 3.1. Определение численного дифференцирования.
- 3.2. Левая, правая и центральная разностные производные.
- 3.3. Вторая разностная производная.
- 3.4. Каким степеням шага пропорциональны погрешности усечения для левой, правой и центральной разностной производной?
- 3.5. Каким степеням шага пропорциональны погрешности, вызванные неточностью исходных данных, для левой, правой и центральной разностной производной?
- 3.6. Определение численного интегрирования.
- 3.7. Формула прямоугольников.
- 3.8. Обобщенная формула трапеций.
- 3.9. Какими степеням шага пропорциональны погрешности формул прямоугольников, трапеций, Симпсона?
- 3.9. Общий вид формулы Гаусса для численного интегрирования.
- 3.10. Формула для оценки погрешности численного интегрирования по правилу Рунге.
- 4.1. Определение меры обусловленности матрицы.
- 4.2. Выражение погрешности решения СЛАУ через погрешность вектора правой части, когда матрица системы задана точно.
- 4.3. Какой степени  $n$  пропорционально количество арифметических операций при решении системы  $n$  линейных уравнений методом Гаусса при больших  $n$ ?
- 4.4. Зачем нужны перестановки в методе Гаусса?
- 4.5. Чем отличается метод Гаусса с выбором главного элемента по

- строке от метода Гаусса без выбора главного элемента?
- 4.6. Чем отличается метод Гаусса с выбором главного элемента по столбцу от метода Гаусса без выбора главного элемента?
- 4.7. Чем отличается метод Гаусса с выбором главного элемента по всей матрице от метода Гаусса без выбора главного элемента?
- 4.10. Для решения систем какого вида применяется метод прогонки?
- 4.11. Какой степени  $n$  пропорционально количество арифметических операций при решении системы  $n$  линейных уравнений методом прогонки при больших  $n$ ?
- 4.12. Расчетная формула метода простой итерации решения СЛАУ.
- 4.13. Определение вектора невязки системы линейных алгебраических уравнений.
- 5.1. Алгоритм метода половинного деления.
- 5.2. Расчетная формула метода касательных (Ньютона).
- 5.3. Расчетная формула метода итерации для одного нелинейного уравнения.
- 6.1. По какой формуле находится наибольшее по модулю собственное число матрицы при применении итерационного метода?
- 6.2. По какой формуле находится наибольшее по модулю собственное число матрицы при применении метода скалярных произведений?
- 7.1. Какая величина минимизируется при среднеквадратичном приближении функций, заданных таблично?
- 7.2. Какая величина минимизируется при нахождении наилучшего равномерного приближения функций, заданных таблично?

### **Расчет рейтинга**

#### **Расчет баллов за семестр в целом**

1. Посещение практических занятий – 16 баллов (по 1 баллу за занятие).
2. Решение задач у доски на практических занятиях – 8 баллов (по 2 балла за задачу, решенную у доски, но не более 4 баллов за каждый модуль).
3. Контрольные работы – 10 баллов (2 контрольные работы).

4. Выполнение общих заданий на ЭВМ – 6 баллов.
5. Выполнение индивидуальных заданий на ЭВМ – 20 баллов (5 заданий по 4 балла).

#### Распределение баллов по модулям

Модуль 1. Темы – «Теория погрешностей», «Интерполяция», «Численное дифференцирование», «Численное интегрирование».

1. Посещение практических занятий – 8 баллов;
2. Решение задач на практических занятиях – 4 балла;
3. Контрольная работа – 5 баллов.
4. Выполнение общих заданий на ЭВМ – 4 балла (нахождение машинного  $\varepsilon$  – 1 балл, кусочно-линейная интерполяция – 2 балла, численное дифференцирование – 1 балл).
5. Выполнение индивидуальных заданий на ЭВМ – 8 баллов (2 задания по 4 балла).

Всего 29 баллов.

Модуль 2. Темы – «Решение систем линейных алгебраических уравнений», «Решение нелинейных алгебраических уравнений и систем», «Нахождение собственных чисел и векторов», «Приближение функций».

1. Посещение практических занятий – 8 баллов;
2. Решение задач на практических занятиях – 4 балла;
3. Контрольная работа – 5 баллов;
4. Выполнение общего задания на ЭВМ – 2 балла (нахождение наибольшего по модулю собственного числа итерационным методом).
5. Выполнение индивидуальных заданий на ЭВМ – 12 баллов (3 задания по 4 балла).

Всего 31 балл.

## Примечания.

1. Темы индивидуальных заданий: «Интерполяция», «Численное интегрирование», «Решение систем линейных алгебраических уравнений», «Решение нелинейных алгебраических уравнений и систем».
2. Для получения положительной оценки на экзамене необходимо сдать все индивидуальные задания на ЭВМ.
3. Студенты, которые сдают индивидуальное задание на ЭВМ позже, чем через месяц после рассмотрения соответствующей темы на практике, получают за выполнение этого задания 2 балла.

## VII. Материально-техническое обеспечение

Для аудиторной работы.

Учебная аудитория № 7 (170002, Тверская обл., г.Тверь, Садовый переулок, д.35)	Набор учебной мебели, экран, проектор.
Учебная аудитория № 20 (170002, Тверская обл., г.Тверь, Садовый переулок, д.35)	Набор учебной мебели, экран, проектор.

Для самостоятельной работы.

Помещение для самостоятельной работы обучающихся: Компьютерный класс факультета ПМиК № 4б <i>170002, Тверская обл., г.Тверь, Садовый переулок, д.35</i>	Компьютер, экран, проектор, кондиционер.
--	---

## VIII. Сведения об обновлении рабочей программы дисциплины



№ п.п.	Обновленный раздел рабочей программы дисциплины	Описание внесенных изменений	Дата и протокол заседания кафедры, утвердившего изменения
1.	3. Объем дисциплины	Выделение часов на практическую подготовку	От 29.10.2020 года, протокол № 3 ученого совета факультета
2.	II. Содержание дисциплины, структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий	Выделение часов на практическую подготовку	От 29.10.2020 года, протокол № 3 ученого совета факультета
3.	3. Объем дисциплины. II. Содержание дисциплины, структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий	Изменения в учебные планы и обновление рабочих программ практик, рабочих программ дисциплин в части включения часов практической подготовки.	Решение научно-методического совета (протокол №1 от 09.09.2020 г.).
4.	4. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы	Изменения в учебные планы и в рабочие программы дисциплин, формирующих новые/измененные компетенции в соответствии с приказом Минобрнауки России от 26.11.2020 г. №1456.	Решение научно-методического совета (протокол №6 от 02.06.2021 г.)
5	I. Аннотация. IV. Оценочные материалы для проведения текущей и промежуточной аттестации	Изменения в учебные планы и в рабочие программы дисциплин, формирующих новые/ измененные компетенции в	Протокол № 7 заседания ученого совета от 30.12.2021 года

		соответствии с приказом Минобрнауки России от 26.11.2020 г. № 1456	
6	V. Учебно-методическое и информационное обеспечение, необходимое для проведения практики 2) Программное обеспечение	Внесены изменения в программное обеспечение	От 29.09.2022 года, протокол № 2 ученого совета факультета
7	VII. Материально-техническое обеспечение	Внесены изменения в материально-техническое обеспечение аудиторий	От 29.09.2022 года, протокол № 2 ученого совета факультета
8	VII. Материально-техническое обеспечение	Внесены изменения в материально-техническое обеспечение аудиторий	От 22.08.2023 г., протокол № 1 заседания ученого совета факультета