

Документ подписан простой электронной подписью  
Информация о владельце:  
ФИО: Смирнов Сергей Николаевич  
Должность: врио ректора  
Дата подписания: 11.10.2023 16:42:04  
Уникальный программный ключ:  
69e375c64f7e975d4e8830e7b4fcc2ad1bf35f08

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации  
ФГБОУ ВО «Тверской государственный университет»

Утверждаю:  
Руководитель ООП:  
Язенин А.В.  
2023г.



Рабочая программа дисциплины (с аннотацией)

## АКТУАРНАЯ МАТЕМАТИКА

01.04.02. Прикладная математика и информатика

Направленность (профиль)

Системный анализ

Для студентов I курса

Очная форма

Составители: к.ф.-м.н., доцент Сидорова О.И.

Тверь, 2023

# I. Аннотация

## 1. Цель и задачи дисциплины

Цели изучения дисциплины: ознакомление студентов с основными математическими моделями, используемыми в теории страхования, освоение ими базовых методов актуарных расчетов, развитие навыков построения актуарных моделей и формализации прикладных задач, встречающихся в практике страховых компаний.

Задачи изучения данной дисциплины: изложение основ математической теории страхования в терминах теории вероятностей; рассмотрение методик расчёта параметров схем страхования: рискованной премии, рискованной надбавки, брутто-премии, величин страховых резервов; рассмотрение методов и инструментов управления рисками: франшиза, перестрахование; рассмотрение методов оптимизации схем страхования; развитие практических навыков решения актуарных задач, включая навыки работы с таблицами смертности и коммутативными функциями.

## 2. Место дисциплины в структуре ООП

Дисциплина относится к Блоку 1, части, формируемой участниками образовательных отношений, раздела «Профессиональный».

Для успешного усвоения курса обязательно требуются знания математического анализа, линейной алгебры, теории вероятностей и математической статистики. Знание основ экономической теории и финансового анализа желательно.

**3. Объем дисциплины:** 3 зачетных единиц, 108 академических часов, в том числе:

**контактная аудиторная работа:** лекции 32 часов, практические занятия 16 часов, в т.ч. практическая подготовка 16, лабораторные занятия 0 часов

**контактная внеаудиторная работа:** контроль самостоятельной работы 0, в том числе курсовая работа 0;

**самостоятельная работа:** 60 часов, в том числе контроль 0.

**4. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы**

<b>Планируемые результаты освоения образовательной программы (формируемые компетенции)</b>	<b>Планируемые результаты обучения по дисциплине</b>
--	--

ПК-1 Способность проводить научные исследования и получать новые научные и прикладные результаты в области профессиональной деятельности	ПК-1.1 Проводит анализ состояния разработок по теме исследуемой задачи и выделяет актуальные проблемы ПК-1.2 Осуществляет формальную постановку исследуемой задачи ПК-1.3 Обосновывает выбор, совершенствует или разрабатывает новый метод решения задачи ПК-1.4 Проводит аттестацию результатов научных исследований
ПК-2 Способен представить и провести защиту результатов научных исследований	ПК-2.1 Составляет обзор состояния разработок по методам решения исследуемой задачи ПК-2.2 Разрабатывает развернутый аналитический отчет по результатам научных исследований ПК-2.3 Обобщает результаты исследований и представляет их в форме научного доклада и научной статьи

**5. Форма промежуточной аттестации – зачет 2 семестр.**

**6. Язык преподавания русский.**

**II. Содержание дисциплины, структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий**

Учебная программа – наименование разделов и тем	Всего (час.)	Контактная работа (час.)		Самостоятельная работа, в том числе Контроль (час.)
		Лекции	Практические занятия	
			всего	

<b>Экономические основы страхования.</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Причины, смысл и необходимость страхования.</li> <li>• Страхование как механизм перераспределения риска.</li> <li>• События, подлежащие страхованию.</li> </ul>	6	2	0	0	4
<b>Страхование и теория полезности.</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Функция полезности, свойства, аналитические модели, эмпирическая оценка.</li> <li>• Выполнимый страховой полис.</li> <li>• Применение принципа средней полезности к актуарным расчетам</li> <li>• Применение принципа среднего значения к актуарным расчетам</li> </ul>	10	4	2	2	4
<b>Модель индивидуального риска для краткосрочного периода.</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Классификация моделей страхования</li> <li>• Модели распределений для величины индивидуального иска.</li> <li>• Модель суммарного иска.</li> </ul>	10	4	2	2	4
<b>Перестрахование.</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Смысл, основные понятия, параметры, модели.</li> <li>• Пропорциональное перестрахование.</li> <li>• Пороговое перестрахование.</li> </ul>	8	2	2	2	4
<b>Финансовые ренты</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Основные вопросы теории процентов: простые, сложные, непрерывные проценты.</li> <li>• Аннуитеты: определение, виды, параметры.</li> </ul>	8	2	2	2	4
<b>Вероятностные характеристики продолжительности жизни.</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Полное и остаточное время жизни.</li> <li>• Функция дожития, интенсивность смертности, условные вероятности дожития.</li> <li>• Таблицы продолжительности жизни.</li> <li>• Аналитические модели для распределения продолжительности жизни. Примеры.</li> </ul>	16	4	2	2	10

<b>Модели страхования жизни.</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Страховые выплаты в момент смерти: страхование с пороговыми выплатами, страхование с обеспеченными выплатами, отсроченное страхование и др.</li> <li>• Страхование с выплатой в конце года смерти.</li> <li>• Связи между различными видами страхования.</li> <li>• Методы расчета. Примеры.</li> </ul>	16	6	2	2	8
<b>Модель коллективного риска.</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Примеры распределений для описания величины индивидуального иска и числа исков.</li> <li>• Изучение свойств некоторых стандартных моделей.</li> <li>• Аппроксимации.</li> </ul>	16	4	2	2	10
<b>Динамическая модель коллективного риска.</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Основные понятия: остаточный процент, момент и вероятность разорения.</li> <li>• Процесс числа исков: способы описания, примеры, свойства.</li> <li>• Коэффициент приспособленности. Примеры.</li> <li>• Оценка вероятности разорения.</li> </ul>	18	4	2	2	12
<b>ИТОГО</b>	108	32	16	16	60

### III. Образовательные технологии

Учебная программа – наименование разделов и тем <i>(в строгом соответствии с разделом II РПД)</i>	Вид занятия	Образовательные технологии
Экономические основы страхования.	Практические занятия	1. Изложение теоретического материала 2. Решение задач 3. Самостоятельное изучение теоретического материала
Страхование и теория полезности.	Практические занятия	1. Изложение теоретического материала 2. Самостоятельное изучение теоретического материала

Модель индивидуального риска для краткосрочного периода.	Лекции, Практические занятия	1. Изложение теоретического материала 2. Решение задач 3. Самостоятельное изучение теоретического материала
Перестрахование.	Лекции, Практические занятия	1. Изложение теоретического материала 2. Решение задач 3. Самостоятельное изучение теоретического материала
Финансовые ренты.	Лекции, Практические занятия	1. Изложение теоретического материала 2. Решение задач 3. Самостоятельное изучение теоретического материала
Вероятностные характеристики продолжительности жизни.	Лекции, Практические занятия	1. Изложение теоретического материала 2. Решение задач 3. Самостоятельное изучение теоретического материала
Модели страхования жизни.	Лекции, Практические занятия	1. Изложение теоретического материала 2. Решение задач 3. Самостоятельное изучение теоретического материала
Модель коллективного риска.	Лекции, Практические занятия	1. Изложение теоретического материала 2. Решение задач 3. Самостоятельное изучение теоретического материала
Динамическая модель коллективного риска.	Лекции, Практические занятия	1. Изложение теоретического материала 2. Решение задач 3. Самостоятельное изучение теоретического материала

Преподавание учебной дисциплины строится на сочетании лекций, практических занятий и различных форм самостоятельной работы студентов, включая выполнение индивидуальных заданий и расчетной работы по темам курса.

#### **IV. Оценочные материалы для проведения текущей и промежуточной аттестации**

Для проведения текущей и промежуточной аттестации:

## **ПК-1 Способность проводить научные исследования и получать новые научные и прикладные результаты в области профессиональной деятельности**

ПК-1.1 Проводит анализ состояния разработок по теме исследуемой задачи и выделяет актуальные проблемы

Форма аттестации: ответ по темам курса (зачет)

Способ аттестации: устный

Критерии оценки:

- *ответ целостный, верный, теоретически обоснованный. Ключевые понятия и термины полностью раскрыты. Факты и примеры в полном объеме обосновывают выводы – 30 баллов;*
- *теоретическая аргументация неполная или смысл ключевых понятий не объяснен – 20 баллов;*
- *допущены ошибки, приведшие к искажению смысла. терминологический аппарат раскрыт – 10 баллов;*
- *допущены ошибки, свидетельствующие о непонимании темы. Терминологический аппарат не раскрыт – 0 баллов;*
- *верно решены задачи, иллюстрирующая знание курса – 10 баллов;*
- *при решении задач, допущены арифметические ошибки – 5 баллов;*
- *при решении задач, допущены логические ошибки – 3 балла;*
- *решение задач неверно или отсутствует – 0 баллов.*

ПК-1.2 Осуществляет формальную постановку исследуемой задачи

Форма аттестации: ответ по темам курса (зачет)

Способ аттестации: устный

Критерии оценки:

- *ответ целостный, верный, теоретически обоснованный. Ключевые понятия и термины полностью раскрыты. Факты и примеры в полном объеме обосновывают выводы – 30 баллов;*
- *теоретическая аргументация неполная или смысл ключевых понятий не объяснен – 20 баллов;*
- *допущены ошибки, приведшие к искажению смысла. терминологический аппарат раскрыт – 10 баллов;*
- *допущены ошибки, свидетельствующие о непонимании темы. Терминологический аппарат не раскрыт – 0 баллов;*
- *верно решены задачи, иллюстрирующая знание курса – 10 баллов;*
- *при решении задач, допущены арифметические ошибки – 5 баллов;*
- *при решении задач, допущены логические ошибки – 3 балла;*
- *решение задач неверно или отсутствует – 0 баллов.*

ПК-1.3 Обосновывает выбор, совершенствует или разрабатывает новый метод решения задачи

Форма аттестации: решение теоретических задач по темам курса:

Способ аттестации: устный

Критерии оценки:

- *доказательство полно и верно – 3 балла;*
- *доказательство, но в полной мере не обоснованное – 2 балла;*
- *в доказательстве допущена логическая ошибка – 1 балл;*
- *доказательство отсутствует или неверно – 0 баллов.*

**ПК-1.4 Проводит аттестацию результатов научных исследований**

Форма аттестации: решение практических задач по темам курса:

Способ аттестации: устный

Критерии оценки:

- *решение полно и верно – 3 балла;*
- *решение верное, но недостаточно обоснованное или допущена арифметическая ошибка – 2 балла;*
- *в решении допущена логическая ошибка – 1 балл;*
- *решение отсутствует или неверно – 0 баллов.*

**ПК-2 Способен представить и провести защиту результатов научных исследований**

**ПК-2.1 Составляет обзор состояния разработок по методам решения исследуемой задачи**

Форма аттестации: выполнение расчетной работы (теоретическая часть)

Способ аттестации: письменный

Критерии оценки:

- *ответ целостный, верный, теоретически обоснованный. Ключевые понятия и термины полностью раскрыты. Факты и примеры в полном объеме обосновывают выводы – 30 баллов;*
- *теоретическая аргументация неполная или смысл ключевых понятий не объяснен – 20 баллов;*
- *допущены ошибки, приведшие к искажению смысла. терминологический аппарат раскрыт – 10 баллов;*
- *допущены ошибки, свидетельствующие о непонимании темы. Терминологический аппарат не раскрыт – 0 баллов;*
- *верно решены задачи, иллюстрирующая знание курса – 10 баллов;*
- *при решении задач, допущены арифметические ошибки – 5 баллов;*
- *при решении задач, допущены логические ошибки – 3 балла;*
- *решение задач неверно или отсутствует – 0 баллов.*

**ПК-2.2 Разрабатывает развернутый аналитический отчет по результатам научных исследований**

Форма аттестации: выполнение расчетной работы (практическая часть: решение задач)

Способ аттестации: письменный

Критерии оценки:

- *все расчеты произведены верно, выводы обоснованы и правильно аргументированы – 50 баллов;*
- *все расчеты произведены верно, выводы обоснованы, но в ответе присутствуют ошибки, свидетельствующие о недостаточном понимании некоторых разделов курса – 30-49 баллов;*
- *расчеты верны, но аргументация неполна или частично неверна – 10-29 баллов;*
- *верно решена только часть заданий, аргументация отсутствует – 1-9 баллов;*
- *решения не верны или отсутствуют – 0 баллов.*

ПК-2.3 Обобщает результаты исследований и представляет их в форме научного доклада и научной статьи

Форма аттестации: выполнение расчетной работы (практическая часть: решение задач)

Способ аттестации: письменный

Критерии оценки:

- *все расчеты произведены верно, выводы обоснованы и правильно аргументированы – 50 баллов;*
- *все расчеты произведены верно, выводы обоснованы, но в ответе присутствуют ошибки, свидетельствующие о недостаточном понимании некоторых разделов курса – 30-49 баллов;*
- *расчеты верны, но аргументация неполна или частично неверна – 10-29 баллов;*
- *верно решена только часть заданий, аргументация отсутствует – 1-9 баллов;*
- *решения не верны или отсутствуют – 0 баллов.*

## V. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

### 1) Рекомендуемая литература

#### а) основная литература:

1. **Актуарные расчеты в страховании жизни и пенсионном страховании : учебно-практическое пособие / Н.В. Звездина, Л.В. Иванова, М.А. Скорик, Т.А. Егорова. - Москва : Евразийский открытый институт, 2012. - 485 с. - ISBN 978-5-374-00584-4 ; То же [Электронный ресурс]. - Режим доступа: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=90643>**

2. Основы страховой математики [Электронный ресурс] / Корнилов И.А. - М.:ЮНИТИ-ДАНА, 2015. - 400 с. - Режим доступа: <http://znanium.com/go.php?id=872200>
3. Сафуанов, Р.М. Страхование : учебное пособие / Р.М. Сафуанов, З.Ф. Шарифьянова. - Москва : Прометей, 2018. - 144 с. - ISBN 978-5-907003-32-3. - Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. - URL: <https://e.lanbook.com/book/107122>

**б) дополнительная литература:**

1. Бончик, В.М. Негосударственные пенсионные фонды. Финансовая устойчивость и актуарные расчеты [Электронный ресурс] - Электрон. дан. — Москва: Дашков и К, 2016. - 208 с. - Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/93286>
2. Казанцев, А.В. Основы актуарных расчетов страхования жизни: учебное пособие / А.В. Казанцев. - Казань : КФУ, 2015. - 194 с. - ISBN 978-5-00019-368-6. - Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. - URL: <https://e.lanbook.com/book/77301>
3. Королев, В.Ю. Математические основы теории риска: учебное пособие / В.Ю. Королев, В.Е. Бенинг, С.Я. Шоргин. - 2-е изд., перераб. и доп. - Москва: ФИЗМАТЛИТ, 2011. - 620 с. - ISBN 978-5-9221-1267-3. - Текст: электронный // Лань: электронно-библиотечная система. - URL: <https://e.lanbook.com/book/2742>
4. Миронкина, Ю.Н. Основы актуарных расчетов: учебное пособие / Ю.Н. Миронкина, А.С. Сорокин. - Москва : ЕАОИ, 2011. - 284 с. - ISBN 978-5-374-00433-5. - Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. - URL: <https://e.lanbook.com/book/>

**2) Программное обеспечение**

а) Лицензионное программное обеспечение

<b>Компьютерный класс факультета прикладной математики и кибернетики № 46 (170002, Тверская обл., г.Тверь, Садовый переулок, д.35)</b>	
Adobe Acrobat Reader DC - Russian	бесплатно
Apache Tomcat 8.0.27	бесплатно
Cadence SPB/OrCAD 16.6	Государственный контракт на поставку лицензионных программных продуктов 103 - ГК/09 от 15.06.2009
GlassFish Server Open Source Edition 4.1.1	бесплатно
Google Chrome	бесплатно
Java SE Development Kit 8 Update 45 (64-bit)	бесплатно

JetBrains PyCharm Community Edition 4.5.3	бесплатно
JetBrains PyCharm Edu 3.0	бесплатно
Kaspersky Endpoint Security 10 для Windows	Акт на передачу прав ПК545 от 16.12.2022
Lazarus 1.4.0	бесплатно
Mathcad 15 M010	Акт предоставления прав ИС00000027 от 16.09.2011
MATLAB R2012b	Акт предоставления прав № Us000311 от 25.09.2012
Многофункциональный редактор ONLYOFFICE бесплатное ПО	бесплатно
ОС Linux Ubuntu бесплатное ПО	бесплатно
MiKTeX 2.9	бесплатно
MSXML 4.0 SP2 Parser and SDK	бесплатно
NetBeans IDE 8.0.2	бесплатно
NetBeans IDE 8.2	бесплатно
Notepad++	бесплатно
Oracle VM VirtualBox 5.0.2	бесплатно
Origin 8.1 Sr2	договор №13918/M41 от 24.09.2009 с ЗАО «СофтЛайн Трейд»
Python 3.1 pygame-1.9.1	бесплатно
Python 3.4 numpy-1.9.2	бесплатно
Python 3.4.3	бесплатно
Python 3.5.1 (Anaconda3 2.5.0 64-bit)	бесплатно
WCF RIA Services V1.0 SP2	бесплатно
WinDjView 2.1	бесплатно
R Studio	бесплатно
Anaconda3 2019.07 (Python 3.7.3 64-bit)	бесплатно
<b>Компьютерный класс факультета прикладной математики и кибернетики № 251 (170002, Тверская обл., г.Тверь, Садовый переулок, д.35)</b>	
Adobe Acrobat Reader DC - Russian	бесплатно
Cadence SPB/OrCAD 16.6	Государственный контракт на поставку лицензионных программных продуктов 103 - ГК/09 от 15.06.2009
Google Chrome	бесплатно
Java SE Development Kit 8 Update 45 (64-bit)	бесплатно
Kaspersky Endpoint Security 10 для Windows	Акт на передачу прав ПК545 от 16.12.2022

Lazarus 1.4.0	бесплатно
Mathcad 15 M010	Акт предоставления прав ИС00000027 от 16.09.2011
MATLAB R2012b	Акт предоставления прав № Us000311 от 25.09.2012
Многофункциональный редактор ONLYOFFICE бесплатное ПО	бесплатно
ОС Linux Ubuntu бесплатное ПО	бесплатно
MiKTeX 2.9	бесплатно
MPICH2 64-bit	бесплатно
MSXML 4.0 SP2 Parser and SDK	бесплатно
NetBeans IDE 8.0.2	бесплатно
Notepad++	бесплатно
OpenOffice	бесплатно
Origin 8.1 Sr2	договор №13918/M41 от 24.09.2009 с ЗАО «СофтЛайн Трейд»
Python 3.4.3	бесплатно
Python 3.5.1 (Anaconda3 2.5.0 64-bit)	бесплатно
WCF RIA Services V1.0 SP2	бесплатно
WinDjView 2.1	бесплатно
R studio	бесплатно

б) Свободно распространяемое программное обеспечение

### 3) Современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы

1. ЭБС «ZNANIUM.COM» [www.znanium.com](http://www.znanium.com);
2. ЭБС «Университетская библиотека онлайн» <https://biblioclub.ru/>;
3. ЭБС «Лань» <http://e.lanbook.com>.

### 4) Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины

<http://guildofactuaries.ru/> – сайт гильдии актуариев

<http://www.actuaries.ru/community/> – портал «АКТУАРИИ: ПРОБЛЕМЫ, СОБЫТИЯ, ИНФОРМАЦИЯ»

<http://www.actuary.org>

<http://www.soa.org>

## VI. Методические материалы для обучающихся по освоению дисциплины

*В самостоятельную работу* студента входит

- изучение основной и дополнительной учебной литературы по курсу;

- выполнение домашних заданий;
- подготовка к зачету.

**Рубежной формой** контроля успеваемости студентов является зачет.

**Текущий контроль** состоит из выполнения обязательных заданий, в т.ч. контрольных заданий и курсовых работ.

**Промежуточный контроль** включает 2 письменные работы и осуществляется в процессе обучения в соответствии со сроками, установленными учебным планом.

**Результирующая оценка** за семестр складывается из

- текущего рубежного контроля;
- самостоятельной работы студентов;
- экзаменационной оценки.

Распределение баллов

<b>Содержание работы</b>	<b>1</b>	<b>2</b>
Контрольная работа	20	20
Расчетная работа		20
Экзамен		40

**Вопросы для подготовки к зачету.**

*Основные вопросы.*

1. Экономические основы страхования.
2. Основные задачи математической теории страхования и различные подходы к их решению.
3. Функция полезности, свойства, аналитические модели, эмпирическая оценка.
4. Применение принципа средней полезности к актуарным расчетам.
5. Применение принципа среднего значения к актуарным расчетам. Выполнимый страховой полис.
6. Модели распределения величины индивидуального иска для краткосрочного периода.
  - а. Перестрахование. Смысл, основные понятия, параметры, модели.
7. Пропорциональное перестрахование. Пороговое перестрахование.
  - а. Модель индивидуального риска: определение, составляющие модели.
8. Задачам страховой тарификации.
9. Аппроксимации в модели индивидуального риска.
10. Основные вопросы теории процентов: простые, сложные, непрерывные проценты.
11. Аннуитеты: определение, виды, параметры.

12. Полное и остаточное время жизни. Функция дожития, интенсивность смертности, условные вероятности дожития. Таблицы продолжительности жизни.
13. Основные аналитические модели для распределения продолжительности жизни.
14. Модели страхования жизни. Страховые выплаты в момент смерти: страхование с пороговыми выплатами, страхование с обеспеченными выплатами, отсроченное страхование и др.
15. Модель коллективного риска. Примеры распределений для описания величины индивидуального иска и числа исков.
16. Аппроксимация в модели коллективного риска.
17. Динамическая модель коллективного риска: основные понятия, остаточный процент, момент и вероятность разорения.
18. Процесс числа исков: способы описания, примеры, свойства. Метод оценки вероятности разорения.

***Дополнительные вопросы (знать наизусть)***

- А:** актуарная (страховая математика); аннуитет (п-летний, бессрочный, пренумерандо, постумерандо); аппроксимация (гамма, нормальная);
- Б:** брутто-премия;
- В:** величина индивидуального иска; вероятностные характеристики продолжительности жизни; вероятность (безубыточности, разорения, разорения за время  $t$ ); время жизни (остаточное, полное, ожидания, разорения);
- Д:** дисконтирующий множитель; дисконтирующий фактор;
- Е:** единичная нетто-премия;
- З:** закон двойной ставки; защитная нагрузка (абсолютная, относительная); значимые потери;
- И:** индикатор страхового случая; интенсивность смертности, иск (индивидуальный, суммарный);
- К:** компания (передающая, перестраховочная, чисто перестраховочная); константа Ляпунова; коэффициент (асимметрии, наращенного, неприятия риска);
- Л:** лицо (избегающее риска, нейтральное к риску, склонное к риску, принимающее решение);
- М:** метод (прямой, альтернативной, рекурсивной оценки сложного распределения Пуассона); механизм (перераспределения риска, резервирования); модель (Вейбулла, Гомпертца, Мейкхама, авторегрессии, де Муавра, дожития индивидуального риска, коллективного риска, с дискретным временем); момент разорения;
- Н:** наращение; неопределенность (моральная, спекулятивная, чистая); нетто-премия;
- О:** остаток; остаточное время жизни (дробная часть, целая часть);
- П:** перестрахование (пороговое, пропорциональное); период (базовый, долгосрочный, краткосрочный, начисления, начисления процентов);

полезность самостоятельного риска; полис (выполнимый, одногодичного страхования жизни); полная продолжительность жизни; порог усечения; портфель договоров (неоднородный, однородный); правило (среднего значения, стандартного отклонения); предельный возраст; предположение о дробный возрастах; премия (нагруженная, чистая); принцип (ожидаемой полезности, среднего значения, средней полезности, эквивалентности платежей); производящая функция моментов; процентные деньги; проценты (непрерывные, простые, сложные); процесс (остаточный, пуассоновский, с независимыми приращениями, сложный пуассоновский, со стационарными приращениями, суммарного иска, считающий, числа исков);

**Р:** распределение (гамма, Вейбулла, Кокса, Парето, Пуассона, Пуассоновское-Биномиальное, безусловное величины ущерба, биномиальное, величины значимого иска, логнормальное, отрицательное биномиальное, с легкими хвостами, с тяжелыми хвостами, сложное Пуассона, суммарного иска, считающее, частотное, экспоненциальное); распределение смертности внутри года (с постоянной интенсивностью, равномерное); рекуррентные соотношения, рекурсивное правило Пэнджера; риск;

**С:** свойство просеивания; сила роста процентов; смесь показательных распределений; современная стоимость, актуарная, единичной выплаты); сострахование; ставка процентов (номинальная, эффективная); страхование (прямое, с переменными выплатами, с ежегодно возрастающими выплатами, с  $-m$  раз в год возрастающими выплатами, полное); страхование жизни  $n$ -летнее (с дискретным временем, с непрерывным временем); страхование жизни отсроченное (с дискретным временем, с непрерывным временем); страхование жизни полное; страхователь; страховщик;

**Т:** таблицы продолжительности жизни;

**У:** уровень удержания; условие Балдуччи; уступка; ущерб (глобальный, индивидуальный);

**Ф:** формула свертки; функция (выплат, дожития); функция полезности (дробно-степенная, квадратичная, логарифмическая, экспоненциальная)

### *Типовые задачи*

1)

1. Рассматривается ситуация с точки зрения страхователя (т.е. обсуждается вопрос, за какую максимальную сумму  $G$  он согласен купить страховой полис). Полис предлагает страхование 25% от суммы возможных потерь. Вероятность того, что потерь не будет, равна 0.7. Случайные значимые потери имеют показательное распределение с параметром  $\lambda$ . Функция полезности рассматриваемого лица – квадратичная. Найти ожидаемую величину застрахованных потерь и величину  $G$ .

2. Рассматривается портфель договоров, состоящий из  $n_k, k=1, \dots, 5$  договоров различных типов. Задана относительная защитная нагрузка  $\theta_k$ . Вероятность наступления страхового случая равна  $q_k, k=1, \dots, 5$  для договоров различных типов. Заданы условные распределения (при условии, что страховой случай произошел) величины возможных потерь (равномерные на отрезке  $[a_k, b_k]$ ). Сравнить убыточность по портфелям.

3. Компания по страхованию жизни застраховала на 1 год  $n = n_1 + n_2 + \dots + n_5$  человек. Условия страхования собраны в таблице:

Выплата $b_k$	Застраховано $n_k$	Вероятность страхового случая $q_k$	Относительная защитная нагрузка $\theta_k$
10 000	10 000	0.02	0.13
20 000	5 500	0.01	0.14
30 000	3 500	0.015	0.16

Предполагается, что иски поступают независимо. Эта компания страхуется в перестраховочной компании, которая берет за свои услуги свои средние выплаты плюс процент  $\theta_p$  от них. Устанавливается уровень удержания, равный 15000. Под безубыточностью будем понимать ситуацию, когда сумма выплат и затрат на услуги перестрахования меньше суммы собранных премий. Определить вероятность безубыточности, соответствующую заданному уровню удержания.

2)

1. Полное время жизни имеет распределение, заданное функцией распределения вида

$$F(x) = \frac{x^\alpha}{\omega^{\alpha+1}} ((\alpha + 1)\omega - \alpha x), \quad \alpha = 3, \quad \omega = 100.$$

Найти плотность остаточного времени жизни.

2. Распределение полного времени жизни задано функцией дожития

$$s(x) = \frac{\omega - x}{\omega}, \quad x \in [0, \omega], \quad \omega = 80.$$

Рассматривается контракт полного, отсроченного на 5 лет страхования жизни для лица возраста  $x = 50$ , выплата равна 3000 ед. Задана сила роста процентов (0.045).

Сколько таких контрактов нужно заключить, чтобы обеспечить вероятность безубыточности  $P=0.97$  при заданной величине защитной нагрузки  $\theta=0.15$ ?

3. Женщина в возрасте  $x=40$  лет страхуется на  $n=6$  лет на условиях  $n$ -летнего страхования с выплатами 200, 100, 50, 30, 20, 10 ед. в 1-й, 2-й, и т.д. год страхования соответственно. Задана годовая ставка процентов (0.07).

Оценить вероятность безубыточности, если застраховано  $N=1000$  человек при заданной величине защитной нагрузки  $\theta=0.2$  (расчеты вести по таблицам продолжительности жизни, предполагая, что дробная часть времени жизни имеет равномерное распределение).

4. Суммарный иск имеет сложное распределение Пуассона с параметром интенсивности, равным 1, где индивидуальный иск принимает значения 1, 3, 4 с вероятностями 0.4, 0.5, 0.1. Найти распределение суммарного иска, используя альтернативный метод расчета.

5. В модели коллективного риска число значимых исков задано Пуассоновской моделью с параметром  $\lambda=10$  величина иска – Г-распределением с параметрами  $\alpha = 2.5, \beta = 0.5$ .  
Найти среднее и дисперсию суммарного иска.

### ***Методические указания для выполнения самостоятельной расчетной работы***

#### **Тема**

Актуарное моделирование. Вариант №...

#### **Задание.**

1. Рассматривается ситуация с позиции страхователя, т.е. обсуждается вопрос о том, за какую максимальную сумму  $G$  он готов купить полис страхования на следующих условиях:

- полис предлагает страхование 30% от суммы возможных потерь;
- вероятность того, что потерь не будет равна 0,7;
- случайные значимые потери имеют показательное распределение с параметром  $\lambda=0,5$ ;
- функция полезности страхователя является квадратичной.

Найти ожидаемую величину потерь. Найти  $G$  (довести до уравнения, для решения которого нужны численные методы; решить, воспользовавшись программными средствами).

2. Рассматривается ситуация с позиции страховщика, т.е. обсуждается вопрос о том, за какую минимальную сумму  $H$  он готов продать полис страхования на следующих условиях:

- полис предлагает страхование 100% от суммы возможных потерь;
- вероятность того, что потерь не будет равна 0,65;
- случайные значимые потери имеют равномерное распределение на отрезке  $[0, 1]$ ;
- функция полезности страховщика является экспоненциальной.

Найти ожидаемую величину потерь. Найти  $G$  (довести до уравнения, для решения которого нужны численные методы; решить, воспользовавшись программными средствами).

1. В таблице ниже приведены результаты экспертного опроса некоторого ЛПР:

$\omega$  - значение капитала ЛПР в условных единицах;  $u(\omega)$  - полезность значения  $\omega$  для ЛПР.

$\omega$	$u(\omega)$	$\omega$	$u(\omega)$
1	1.028	6	1.431
1.5	1.052	6.5	1.471
2	1.141	7	1.498
2.5	1.208	7.5	1.492
3	1.225	8	1.516
3.5	1.245	8.5	1.499
4	1.347	9	1.560
4.5	1.357	9.5	1.573
5	1.375	10	1.577
5.5	1.391	10.5	1.612

Эксперт предполагает, что функция полезности ЛПР может иметь вид  $u(\omega) = \omega^\gamma$ ,  $0 < \gamma < 1$ . На основе этих данных провести оценку параметра  $\gamma$  данной модели. Используя полученное значение параметра определить максимальную сумму  $G$  страхователь готов заплатить за полис полного страхования от потерь, которые имеют равномерное распределение на отрезке  $[0, 1]$ .

### Требования к выполнению и оформлению работ.

Работа может выполняться вручную или с использованием любого известного студенту пакета прикладных программ по статистике.

Отчет по работе должен содержать все требуемые для расчетов исходные данные, подробное описание всех этапов вычислений со ссылками на необходимые формулы.

### Оценка за работу.

По результатам выполнения работы проводится собеседование со студентами, в ходе которого проверяется степень владения теоретическим материалом, необходимым для выполнения работы и степень владения основными методами, применяемыми при решении задач математической статистики. Итоговая оценка выставляется с учетом результатов собеседования.

## **VII. Материально-техническое обеспечение.**

Учебная аудитория № 310 (170002, Тверская область, г.Тверь, пер. Садовый, д.35)	Столы, стулья, доска аудиторная
Учебная аудитория № 205 (170002, Тверская область, г.Тверь, пер. Садовый, д.35)	Столы, стулья, доска аудиторная, экран, проектор
Учебная аудитория № 318 (170002, Тверская область, г.Тверь, пер. Садовый, д.35)	Столы, стулья, доска аудиторная, экран, проектор
Учебная аудитория № 3л (170002, Тверская область, г.Тверь, пер. Садовый, д.35)	Столы, стулья, доска аудиторная, экран, проектор

## **VIII. Сведения об обновлении рабочей программы дисциплины**

<b>№ п.п.</b>	<b>Обновленный раздел рабочей программы дисциплины</b>	<b>Описание внесенных изменений</b>	<b>Реквизиты документа, утвердившего изменения</b>